2ª SÉRIE

CANAL SEDUC-PI2

PROFESSOR (A):	DISCIPLINA:	CONTEÚDO:	TEMA GERADOR:	DATA:
WAGNER SOARES	**MATEMÁTICA**	**MATRIZES**	**PAZ NA ESCOLA**	**10.04.2019**

Canal Educação
PROGRAMA DE MEDIAÇÃO TECNOLÓGICA

ROTEIRO DE AULA

- **MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZ POR UM NÚMERO REAL**
- **MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES**

Multiplicação de um número real por uma matriz

Seja a matriz $A = (a_{ij})_{m\times n}$ e k um número real. Assim, $k \cdot A$ é uma matriz do tipo $m \times n$, obtida multiplicando-se k por todas as entradas de A.

Exemplos:

$$\text{Se } A = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -7 \\ 5 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}}_{3\times 2} \text{ e } k = 3, \text{ temos: } k \cdot A = 3 \cdot A = 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -7 \\ 5 & \frac{2}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 2 & 3 \cdot 0 \\ 3 \cdot 3 & 3 \cdot (-7) \\ 3 \cdot 5 & 3 \cdot \frac{2}{3} \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 9 & -21 \\ 15 & 2 \end{pmatrix}}^{3A}$$

EXERCÍCIOS

Determinar a matriz $\boldsymbol{X}$ *na equação:*

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} + 2X = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$$

Resolução

Se $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, temos:

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2+2a & 5+2b \\ -1+2c & 7+2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$$

Aplicando a igualdade, temos:

- $2 + 2a = 4 \Rightarrow a = 1$
- $5 + 2b = -1 \Rightarrow b = -3$
- $-1 + 2c = -5 \Rightarrow c = -2$
- $7 + 2d = 9 \Rightarrow d = 1$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2X = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$$

$$2X = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

EXERCÍCIOS

Determinar a matriz *X na equação matricial* $2X + A = X + B$ *sabendo que:* $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$

$2x - X = B - A$

$X = B - A$

Resolução

$X = B - A$

$2X + A = X + B$

$X = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

$2X - X = B - A$

$X = B - A \rightarrow X = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2-0 & 5-2 \\ 4-(-1) & 7-3 \end{pmatrix} \rightarrow \boxed{X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}}$

$X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$

EXERCÍCIOS

Considerando $A = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, determine:

a) $3A - B$.

$$= 3\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 15 \\ 3 & 6 \\ 9 & -9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 15 \\ 5 & 3 \\ 8 & -14 \end{pmatrix}$$

b) $2A + B$.

$$= 2\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 10 \\ 2 & 4 \\ 6 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 10 \\ 0 & 7 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

EXERCÍCIOS

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

a) $\boxed{3A - B.}$

$$= 3\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -6 & 15 \\ 3 & 6 \\ 9 & -9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 15 \\ 5 & 3 \\ 8 & -14 \end{pmatrix}$$

Multiplicação de matrizes

1 Definição de multiplicação de matrizes

Dadas as matrizes $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e $B = (b_{ij})_{n \times p}$, o produto de A por B é a matriz $C = (c_{ij})_{m \times p}$, na qual cada elemento c_{ij} é a soma dos produtos de cada elemento da linha i de A pelo correspondente elemento da coluna j de B.

Note que o produto das matrizes *A e B, indicado por AB, só é definido se o número* de colunas de *A for igual ao número de linhas de B, e esse produto* herdará o número de linhas da matriz *A e o número de colunas da matriz B. Observe as cores* dos índices na definição acima.

Exemplo: $$(-2 \;\; 6) \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix} = (-2 \cdot (-2) + 6 \cdot 6) = (40)$$

EXERCÍCIOS

Dadas as matrizes $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, determinar AB.

2×3 $\quad$ 3×2 $\quad$ $=$

$$A \cdot B_{2\times 2} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix}$$

$$C_{11} = 2\cdot 0 + 0\cdot 5 + 1\cdot 3$$

$$C_{11} = 0 + 0 + 3 = 3$$

$$C_{12} = 2\cdot 1 + 0\cdot 4 + 1\cdot 1$$

$$C_{12} = 2 + 0 + 1 = 3$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ & \end{pmatrix}$$