



**2<sup>a</sup>  
SÉRIE**

## **CANAL SEDUC-PI2**



PROFESSOR (A):

**ALEXSANDRO  
KESLLER**



DISCIPLINA:

**MATEMÁTICA**



CONTEÚDO:

**GEOMETRIA ESPACIAL  
II CONES-CILINDROS-  
ESFERAS**



TEMA GERADOR:

**ARTE  
NA ESCOLA**



DATA:

**30.10.2019**

# ROTEIRO DE AULA

## GEOMETRIA ESPACIAL II

### ➤ Cilindro

Cálculo da área e volume

### ➤ Cone

Cálculo da área e volume

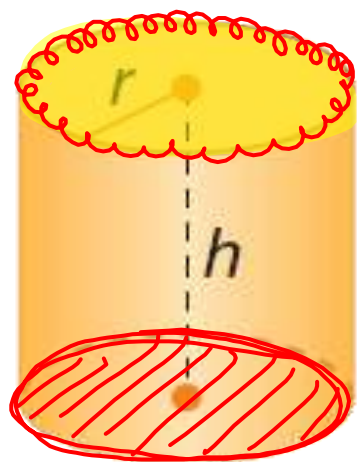
### ➤ Esfera

Cálculo da área e volume

## Área da superfície (Total)

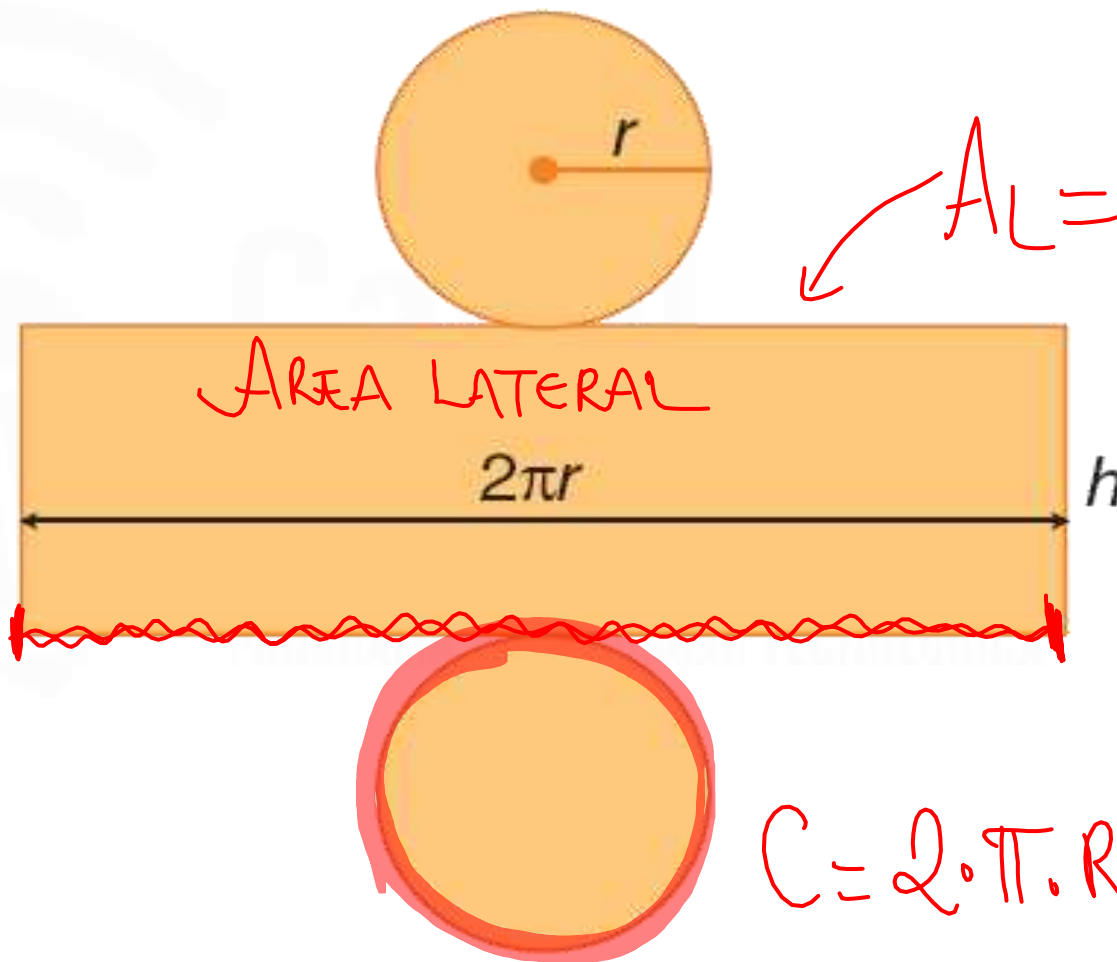
$$\Rightarrow A_T = 2 \cdot A_{\text{BASE}} + A_L$$

$$A_{\bullet} = \pi \cdot R^2$$



$$A_{\text{BASE}} = \pi \cdot R^2$$

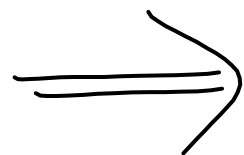
$$C = 2 \cdot \pi \cdot R$$



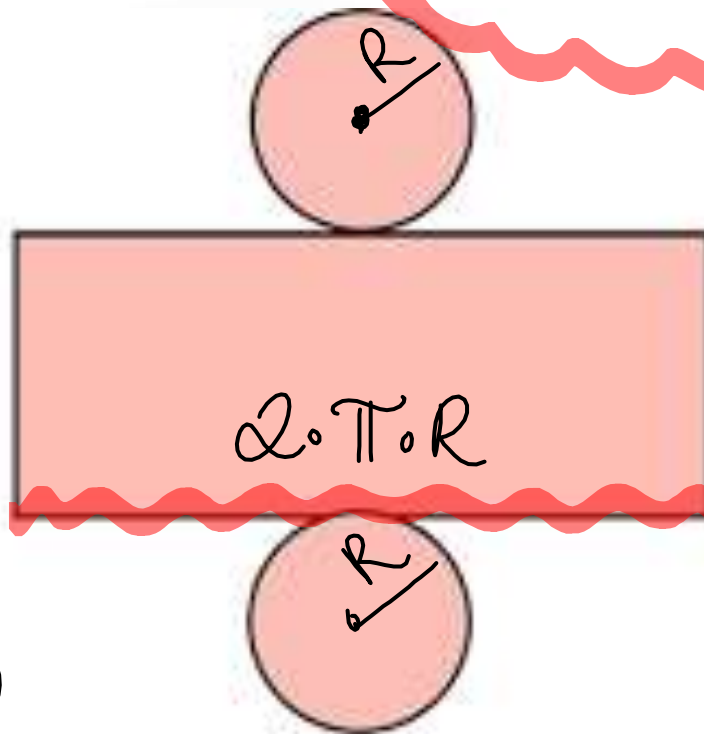
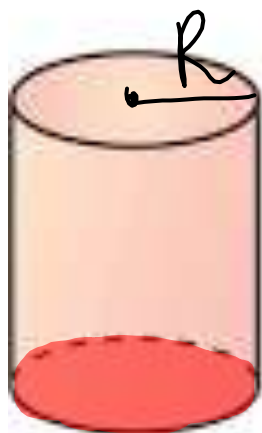
$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

$$C = 2 \cdot \pi \cdot R$$

# Área Base ( $A_b$ )



$$A_B = \pi \cdot R^2$$



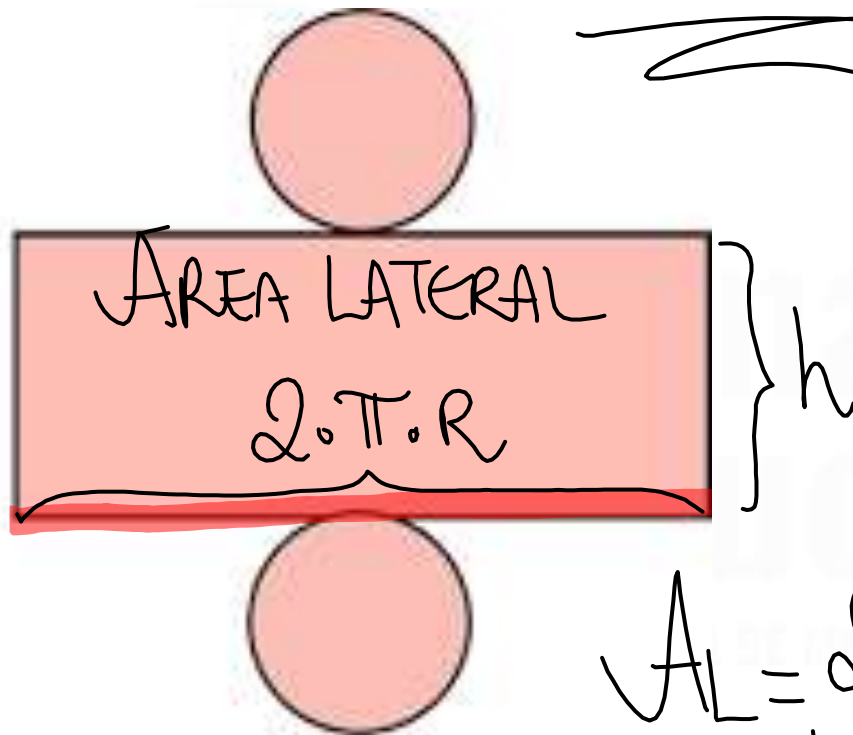
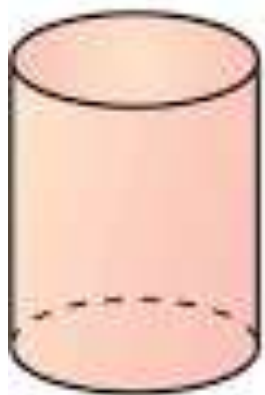
BASE = CÍRCULO

$$A_{\text{base}} = \pi \cdot R^2$$

$$A_{\text{LATERAL}} = \underbrace{2 \cdot \pi \cdot R}_{\text{Base do Retângulo}} \cdot \underbrace{h}_{\text{altura do Retângulo}}$$

**Área Lateral ( $A_L$ )**

$$\Rightarrow A_L = \underline{2 \cdot \pi \cdot R \cdot h}$$

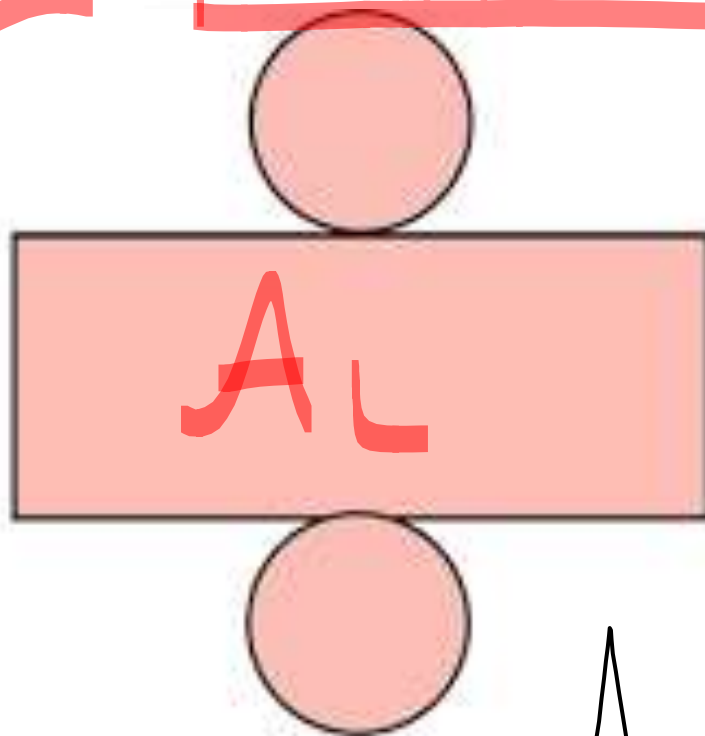
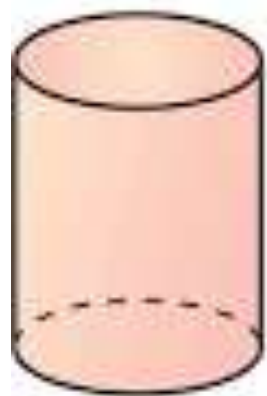


$$A_L = \underbrace{2 \cdot \pi \cdot R}_{\text{Base do Retângulo}} \cdot \underbrace{h}_{\text{altura}}$$



Área Total ( $A_t$ )

$$\Rightarrow A_T = 2 \cdot A_B + A_L$$



$$A_B = \pi \cdot R^2$$

$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

$$A_{TOTAL} = \underbrace{2 \cdot \pi \cdot R^2}_{\text{ÁREA DA BASE}} + \underbrace{2 \cdot \pi \cdot R \cdot h}_{\text{ÁREA LATERAL}}$$

## Volume (V)



$$V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \times \text{ALTURA}$$

$$\underline{V = \pi \cdot R^2 \cdot h}$$

# Áreas e Volumes ( Cilindro )

Área Base( $A_b$ )

$$A_b = \pi R^2$$

Área Lateral( $A_L$ )

$$A_L = 2\pi Rh$$

Área Total( $A_t$ )

$$A_t = 2A_b + A_L$$

Volume( $V$ )

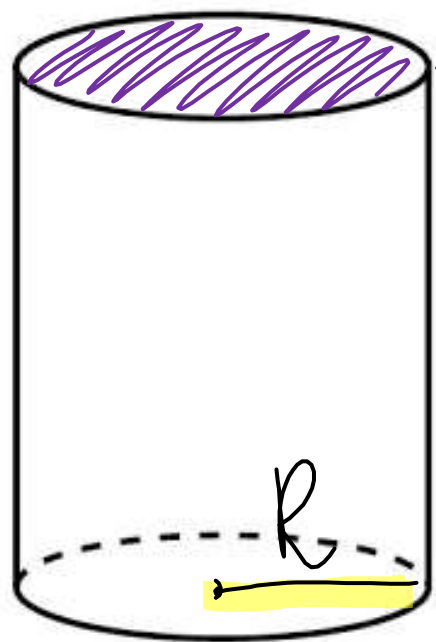
$$V = \pi R^2 \cdot h$$



## EXERCÍCIO 1

$$A_L = 2\pi \cdot R \cdot h$$

A área lateral de um cilindro circular reto é  $300\pi \text{ cm}^2$ . Dado que a altura desse cilindro é 15 cm, calcule seu volume.



$$V = A_B \cdot h$$

$$V = 100\pi \cdot 15$$

$$V = 1500\pi \text{ cm}^3$$

$$A_B = \pi \cdot 10^2$$

$$A_B = 100\pi \text{ cm}^2$$

$$A_L = 300\pi$$

$$2 \cdot \pi \cdot R \cdot 15 = 300\pi$$

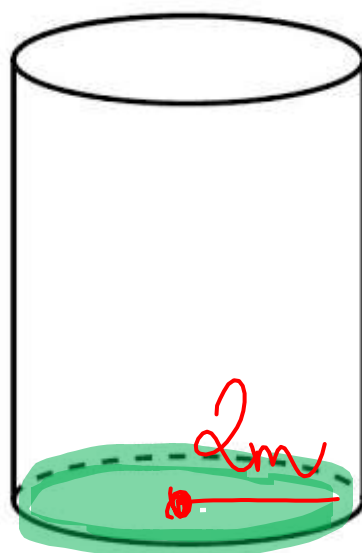
$$30\pi \cdot R = 300\pi$$

$$R = \frac{300\pi}{30\pi} = 10 \text{ cm}$$

## EXERCÍCIO 2

$$1\text{ m}^3 \Rightarrow 1000\text{ l}$$

Um reservatório em formato cilíndrico possui 6 metros de altura e raio da base igual a 2 metros. Determine o volume e a capacidade desse reservatório em litros.



$$V = A_B \cdot h$$

$$V = 4\pi \cdot 6$$

$$V = 24\pi \text{ m}^3$$

?

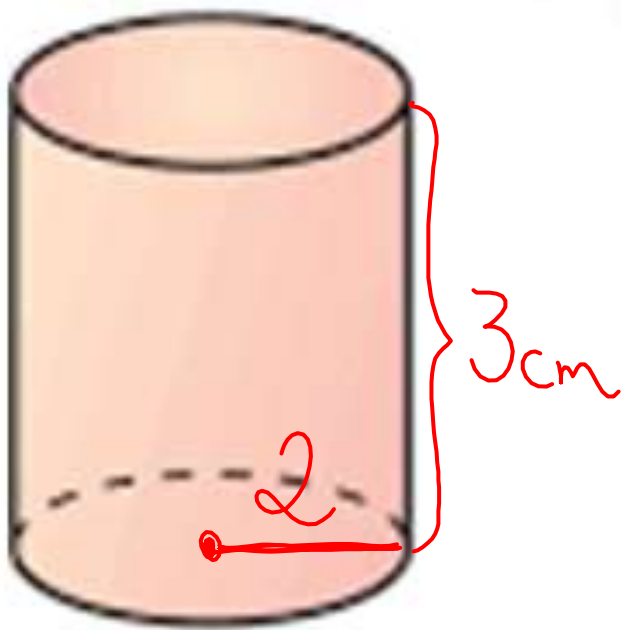
$$\text{CAPACIDADE} \Rightarrow \underline{\underline{24000\pi \text{ l}}}$$

$$A_B = \pi R^2$$

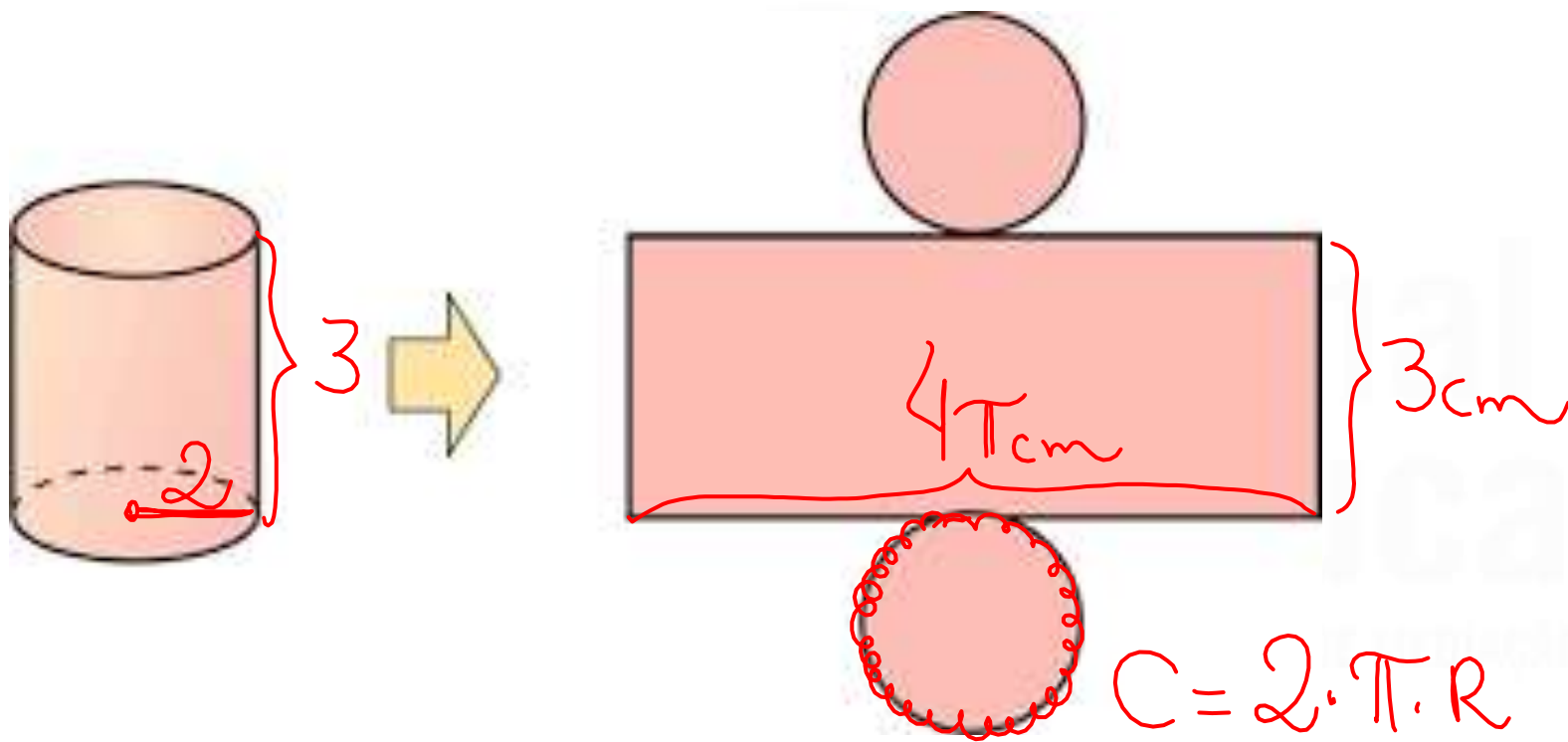
$$A_B = \pi \cdot 2^2 \Rightarrow 4\pi \text{ m}^2$$

## EXERCÍCIO 3

Seja um cilindro circular reto de raio igual a 2 cm e altura 3 cm.  
Calcular a área lateral, área total e o seu volume.



Área Lateral( $A_L$ )  $\Rightarrow A_L = 4\pi \cdot 3 = \underline{\underline{12\pi \text{ cm}^2}}$

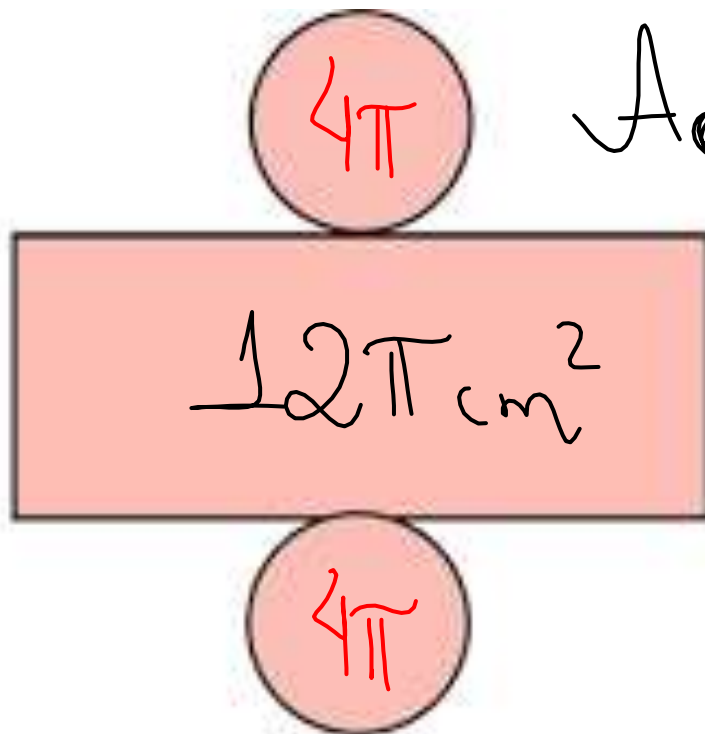
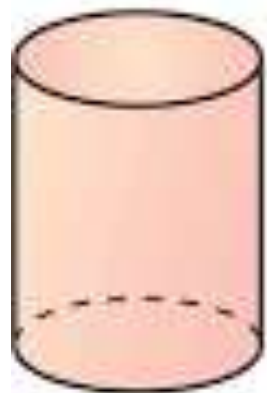


$$C = 2 \cdot \pi \cdot R$$

$$C = 2 \cdot \pi \cdot 2$$

$$\boxed{C = 4\pi \text{ cm}}$$

# Área Total( $A_t$ )



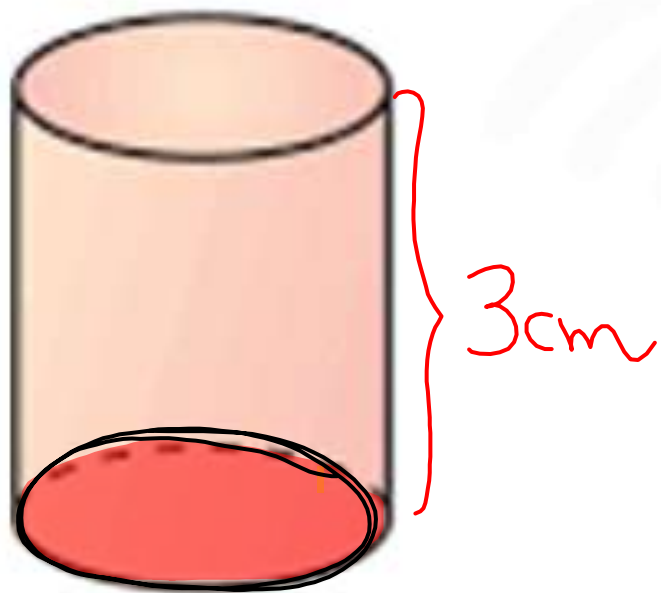
$$A_{\bullet} = \pi \cdot R^2$$

$$A_{\bullet} = \pi \cdot 2^2 = 4$$

$$A_{\bullet} = \underline{\underline{4\pi cm^2}}$$

$$A_{total} = 4\pi + 4\pi + 12\pi = \boxed{20\pi cm^2}$$

## Volume(V)



$$V = A_B \cdot h$$

$$V = 4\pi \cdot 3$$

$$V = 12\pi \text{ cm}^3$$

$$\uparrow A_B = 4\pi \text{ cm}^2$$



**2<sup>a</sup>  
SÉRIE**

## **CANAL SEDUC-PI2**



PROFESSOR (A):

**ALEXSANDRO  
KESLLER**



DISCIPLINA:

**MATEMÁTICA**



CONTEÚDO:

**GEOMETRIA ESPACIAL  
II CONES-CILINDROS-  
ESFERAS**



TEMA GERADOR:

**ARTE  
NA ESCOLA**



DATA:

**06.11.2019**

# ROTEIRO DE AULA

## GEOMETRIA ESPACIAL II

### ➤ Cilindro

Cálculo da área e volume

### ➤ Cone

Cálculo da área e volume

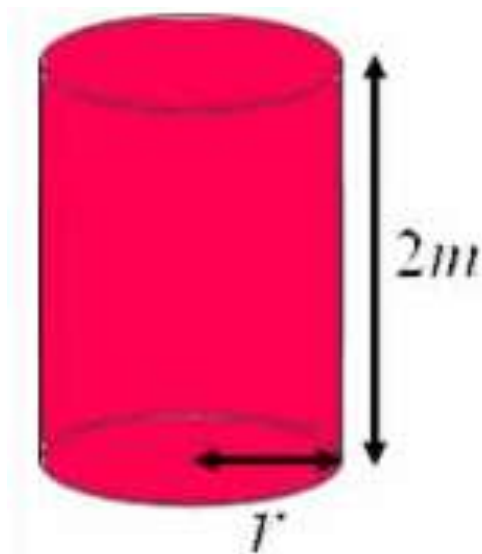
### ➤ Esfera

Cálculo da área e volume

## EXERCÍCIO 4

P/CASA!

A figura indica o tambor cilíndrico de um aquecedor solar com capacidade de 1 570 litros.

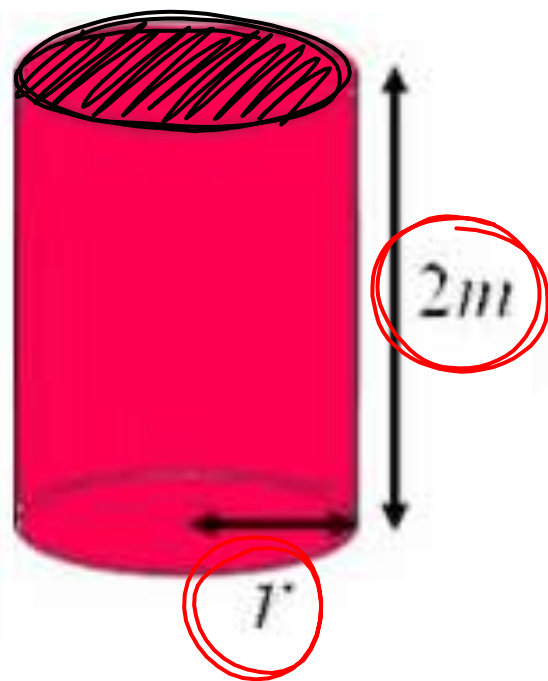


→ 1,57 m<sup>3</sup>

capacidade

Volume

Sabendo que 1 000 litros de água ocupam um volume de 1 m<sup>3</sup> e adotado  $\pi = 3,14$ , determine a medida do raio r do cilindro.



$$V_{\text{cilindro}} = A_B \cdot H$$

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot H$$

$$V = 1,57$$

$$\pi \cdot R^2 \cdot H = 1,57$$

$$3,14 \cdot R^2 \cdot 2 = 1,57$$

$$A_B = \pi \cdot R^2$$

$$1570\text{l} \Rightarrow V = 1,57\text{m}^3$$

$$6,28 \cdot R^2 = 1,57$$

$$R^2 = \frac{1,57}{6,28}$$

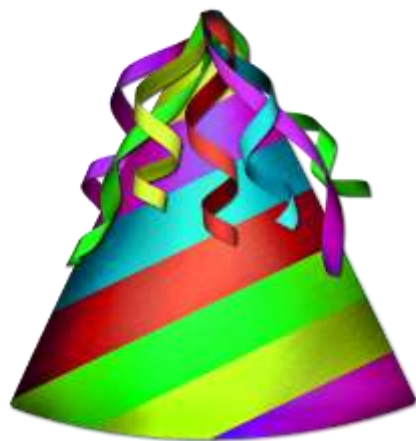
$$R^2 = 0,25$$

$$R = \sqrt{0,25}$$

$$R = 0,5\text{m ou } 50\text{cm}$$

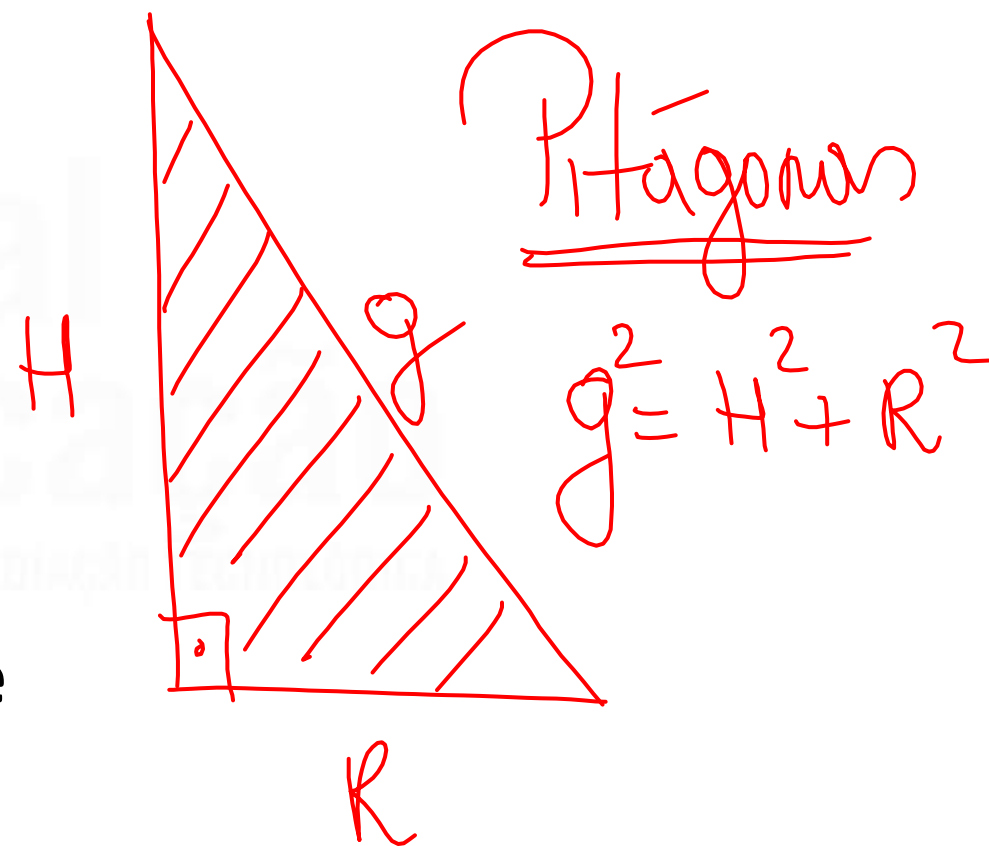
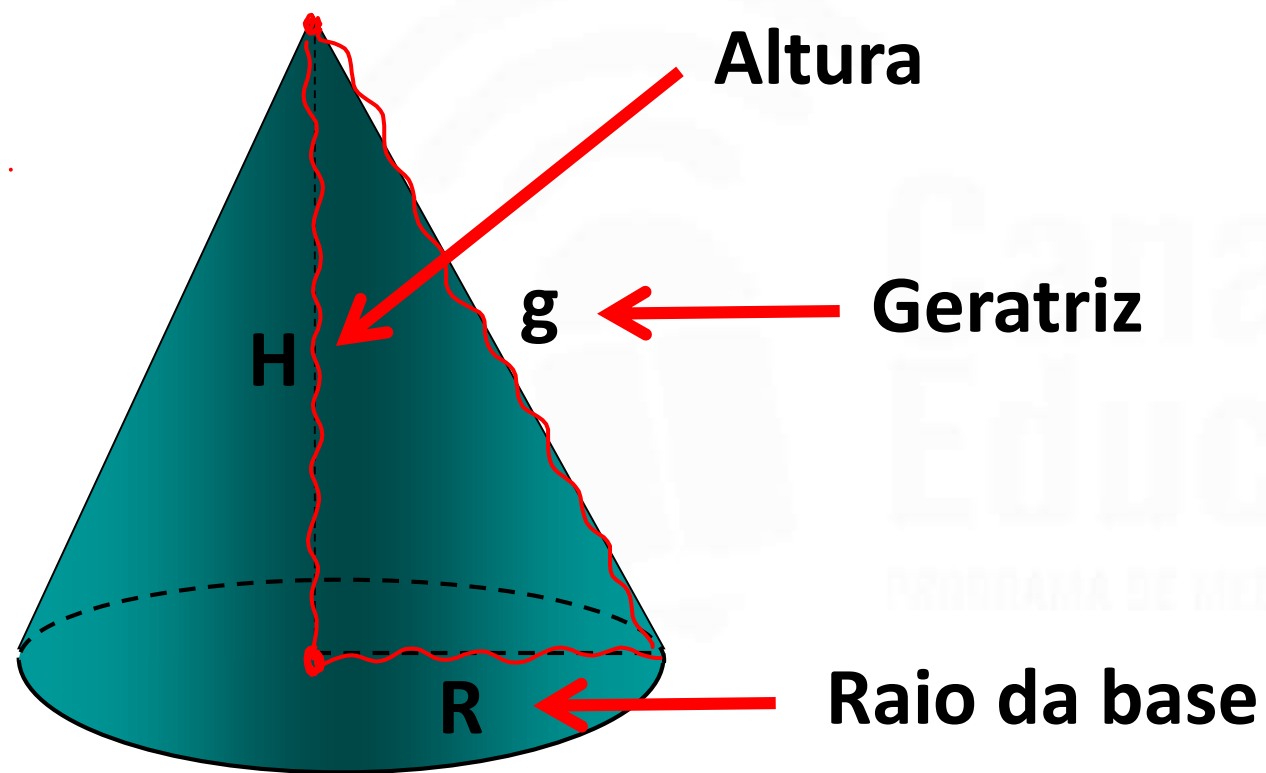
# CONES

## Objetos cônicos do cotidiano

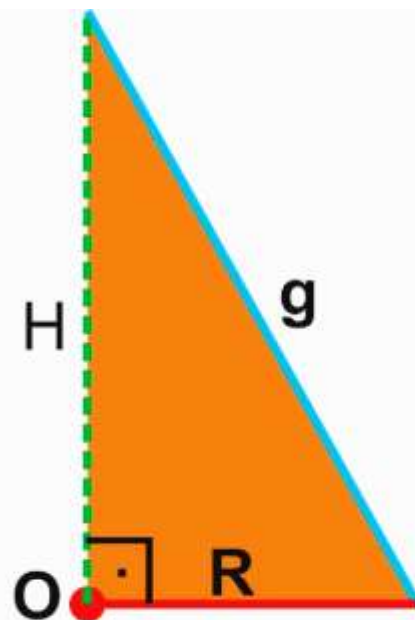
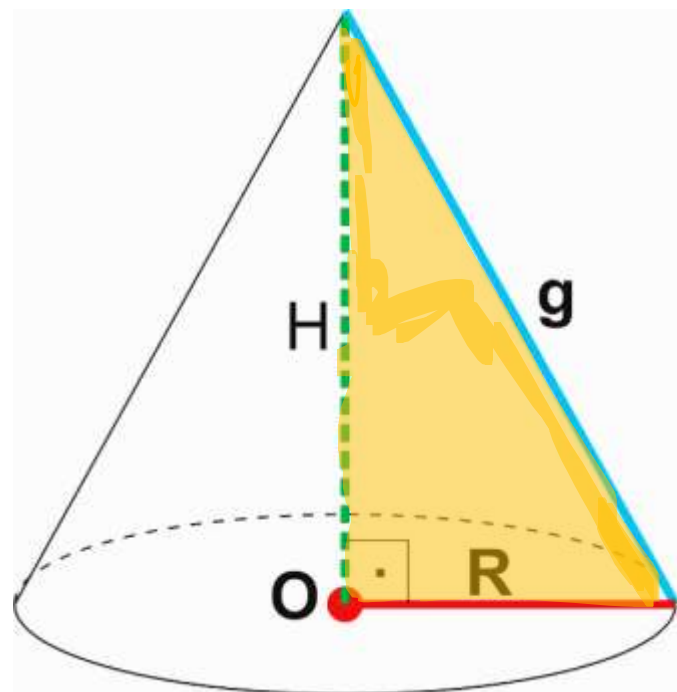




# Elementos do Cone



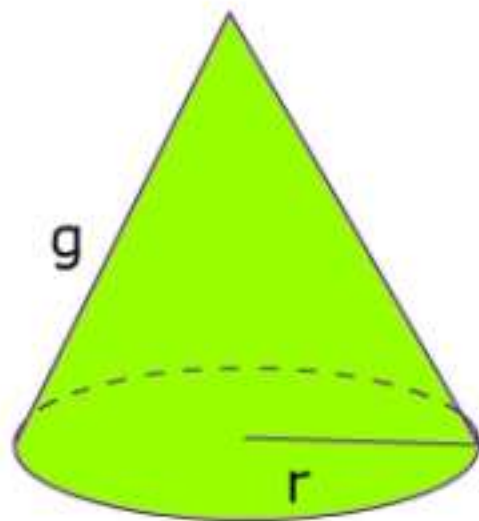




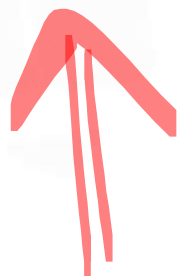
***Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:***

$$g^2 = R^2 + H^2$$

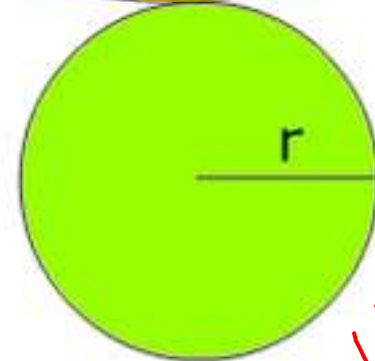
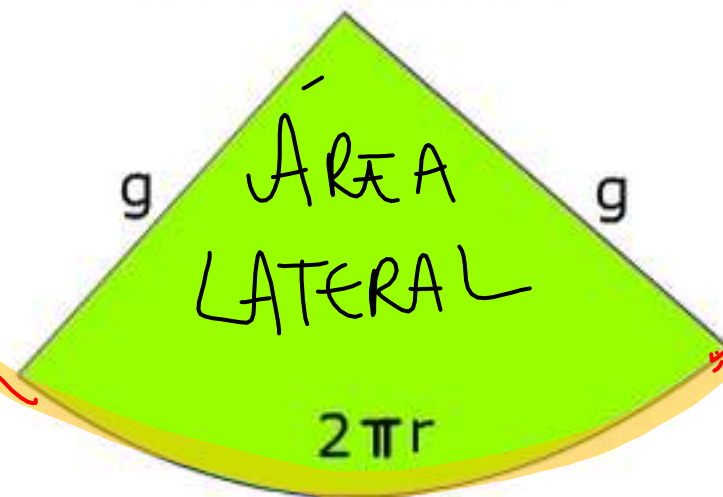
# Planificação do Cone Reto



Planificação



CONE PLANIFICADO



ÁREA DA BASE  
 $A_B = \pi \cdot R^2$

# Áreas e Volume (Cone)

Área Base( $A_b$ )

$$A_b = \pi R^2$$

Área Lateral( $A_L$ )

$$A_L = \pi R g$$

Área Total( $A_t$ )

$$A_t = A_b + A_L$$

Volume( $V$ )

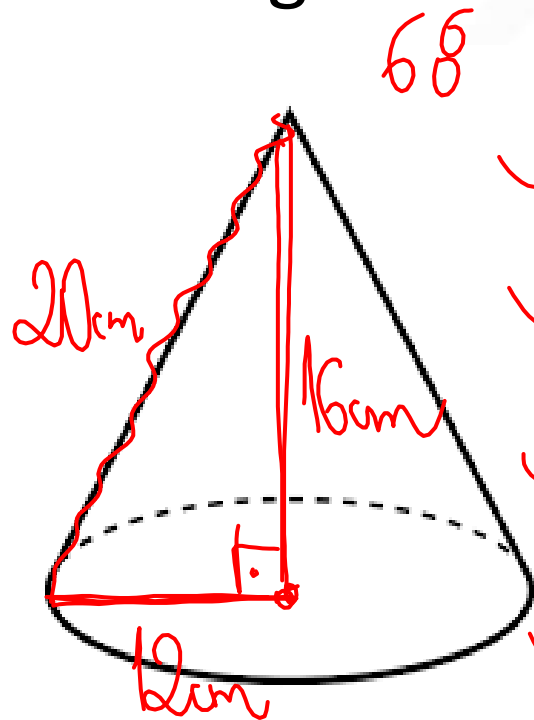
$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h$$

## EXERCÍCIO 1

$$\begin{array}{r} 144 \overline{) 3} \\ 24 \quad 48 \end{array}$$

Um cone possui diâmetro da base medindo 24 cm, geratriz 20 cm e altura igual a 16 cm. Determine sua área total e seu volume.



$$A_B = \pi \cdot R^2$$

$$A_B = \pi \cdot 12^2$$

$$A_B = \pi \cdot 144$$

$$A_B = 144\pi \text{ cm}^2$$

$$A_L = \pi \cdot R \cdot g$$

$$A_L = \pi \cdot 12 \cdot 20$$

$$A_L = 240\pi \text{ cm}^2$$

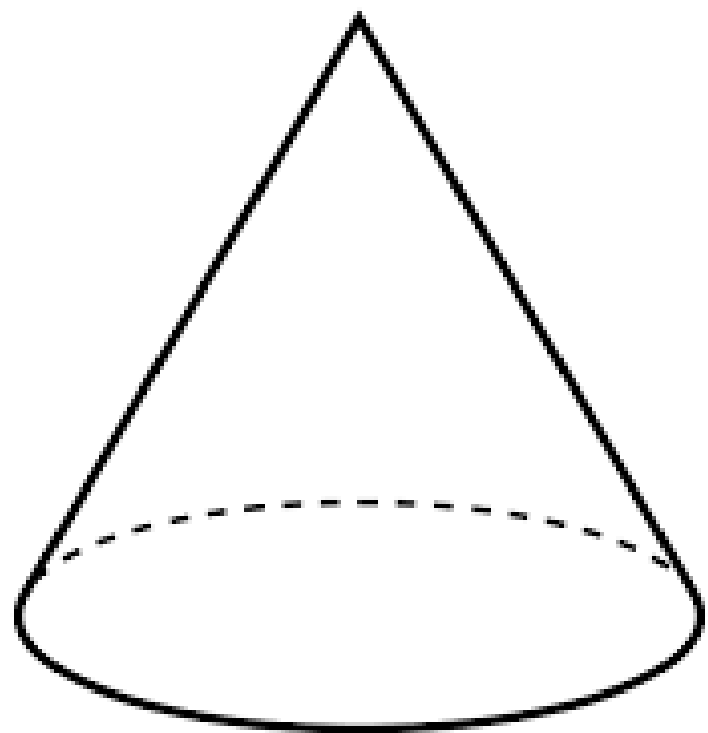
$$A_{\text{TOTAL}} = A_B + A_L$$

$$A_T = 144\pi + 240\pi = 384\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h$$

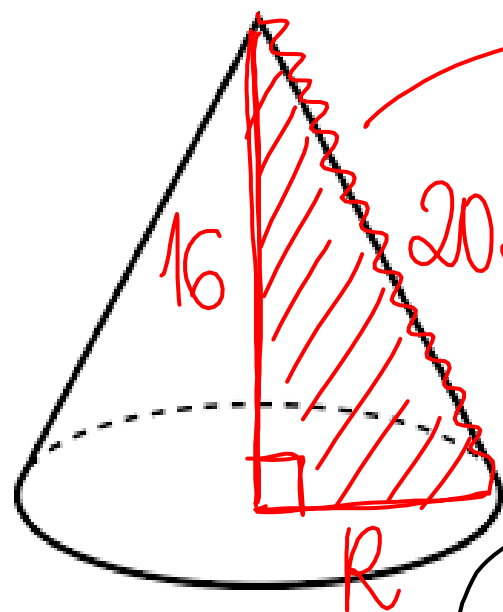
$$V = \frac{1}{3} \cdot 144\pi \cdot 16$$

$$V = 768\pi \text{ cm}^3$$



## EXERCÍCIO 2

No cone reto a seguir, a geratriz (g) mede 20 cm e a altura mede 16 cm. Determine seu volume.



→ Pitágoras

$$20^2 = 16^2 + R^2$$

$$400 = 256 + R^2$$

$$R^2 = 400 - 256$$

$$R^2 = 144$$

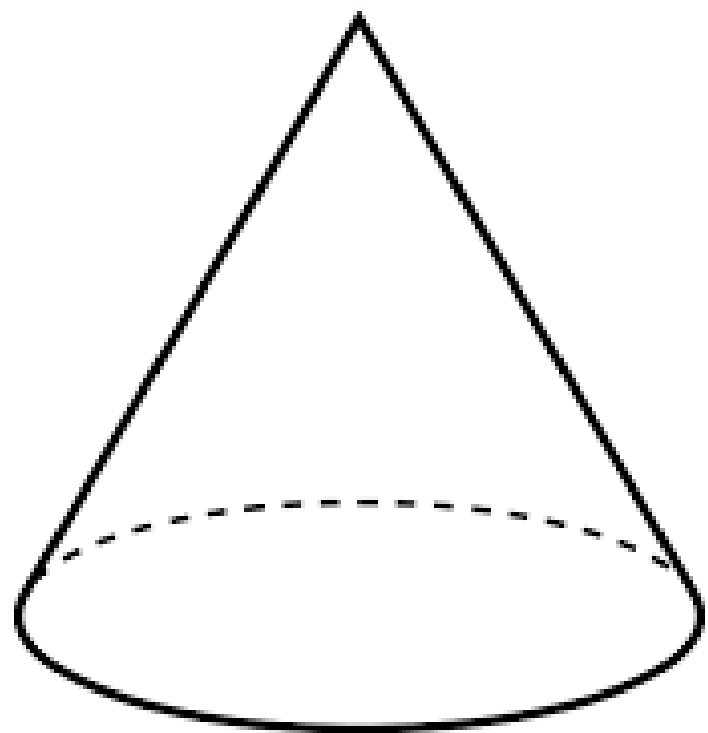
$$R = \sqrt{144} \Rightarrow R = 12 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 144\pi \cdot 16$$

$$V = 768\pi \text{ cm}^3$$

$$A_B = \pi \cdot R^2 \Rightarrow \pi \cdot 12^2 \Rightarrow \underline{\underline{144\pi \text{ cm}^2}}$$



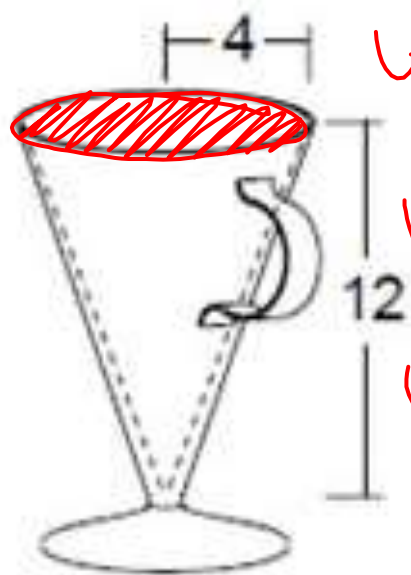


Canal  
Educação  
PROGRAMA DE MEDIAÇÃO TECNOLÓGICA

## EXERCÍCIO 3

$$1\text{m}^3 \Rightarrow 1.000\text{l}$$

Um copo será fabricado no formato de um cone com as seguintes medidas: 4 cm de raio e 12 cm de altura. Qual será a capacidade do copo?



$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi 4^2$$

$$A_B = 16\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 16\pi \cdot 12$$

$$V = 64\pi \text{ cm}^3$$

$$\Leftrightarrow \text{Capacidade} \Rightarrow 64\pi \text{ ml}$$

ml

$$\underline{1\text{cm}^3} \Rightarrow \underline{1\text{ml}}$$

**2<sup>a</sup>  
SÉRIE**

## **CANAL SEDUC-PI2**



PROFESSOR (A):

**ALEXSANDRO  
KESLLER**



DISCIPLINA:

**MATEMÁTICA**



CONTEÚDO:

**GEOMETRIA ESPACIAL  
II CONES-CILINDROS-  
ESFERAS**



TEMA GERADOR:

**ARTE  
NA ESCOLA**



DATA:

**13.11.2019**

# ROTEIRO DE AULA

## GEOMETRIA ESPACIAL II

### ➤ Cilindro

Cálculo da área e volume

### ➤ Cone

Cálculo da área e volume

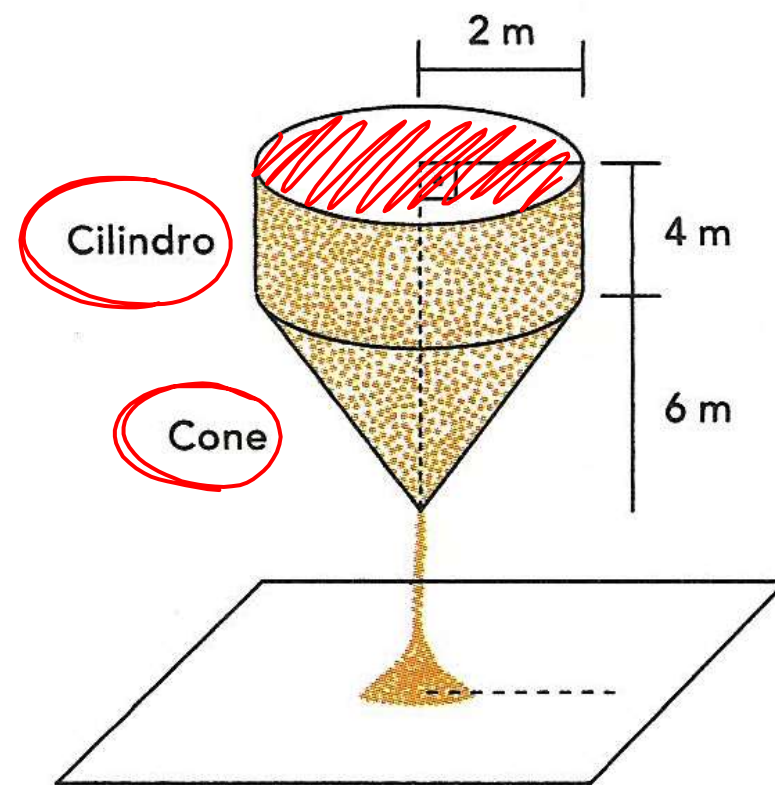
### ➤ Esfera

Cálculo da área e volume

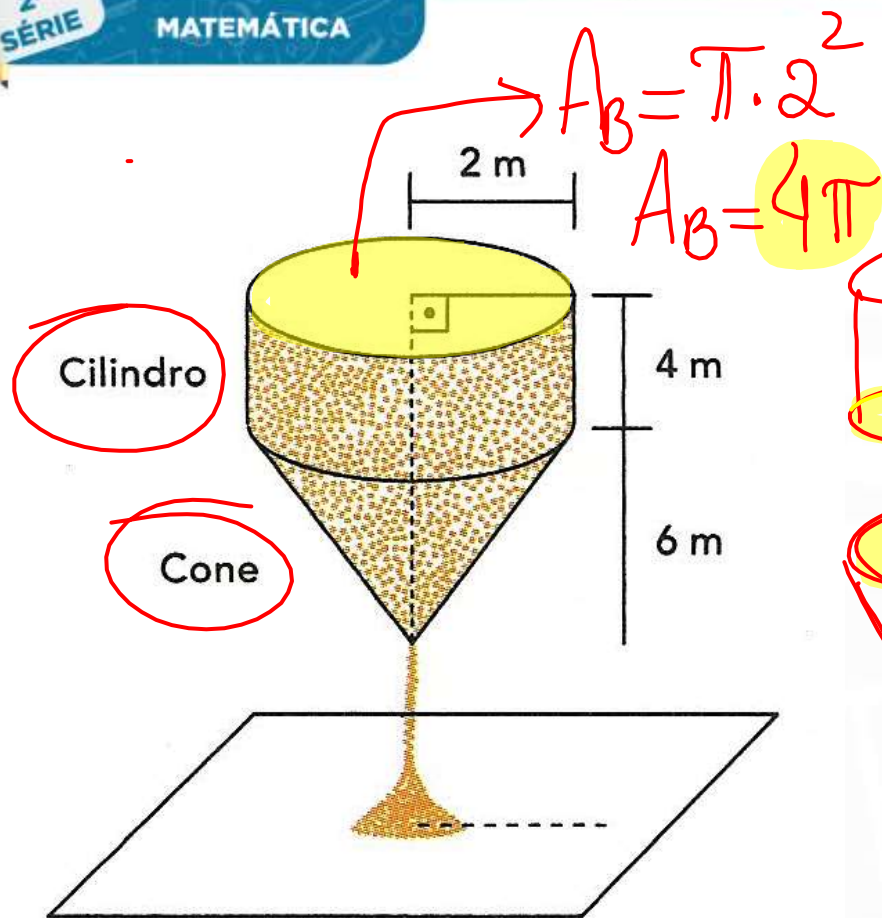
## EXERCÍCIO 4

A área A fim de que não haja desperdício de ração e seus animais estejam sempre bem nutridos, um fazendeiro construiu um recipiente com uma pequena abertura na parte inferior, que permite a reposição automática da alimentação, conforme mostra a figura. Qual a capacidade total de armazenamento em metros cúbicos?

VOLUME







$$V_{\text{cilindro}} = A_B \cdot H$$

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot H$$

$$V_{\text{cilindro}} = 4\pi \cdot 4 = 16\pi \text{ m}^3$$

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H$$

$$V_{\text{recipiente}} = 16\pi + 8\pi = 24\pi \text{ m}^3$$

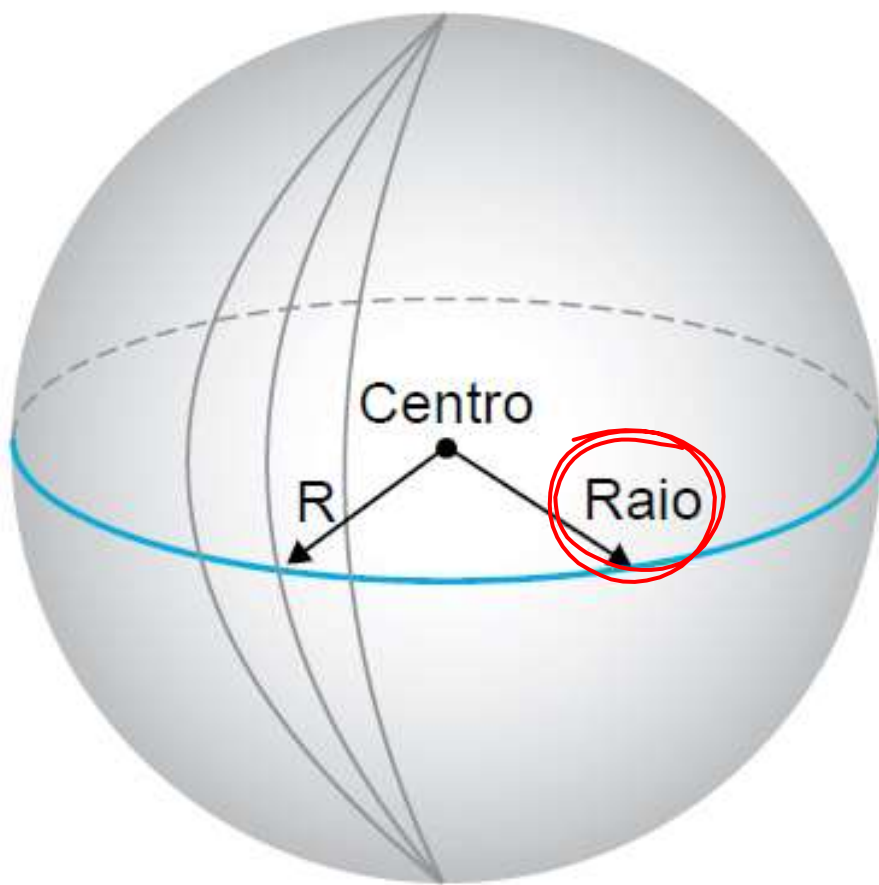
$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot 6 = 8\pi \text{ m}^3$$

$$V \text{ e } \pi = 3 \Rightarrow 24 \cdot 3 = 72 \text{ m}^3$$



# Esfera

Sólido limitado pela superfície esférica



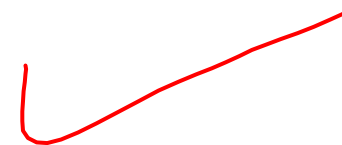
Área da superfície esférica

$$A_s = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$



Volume da Esfera

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$



$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

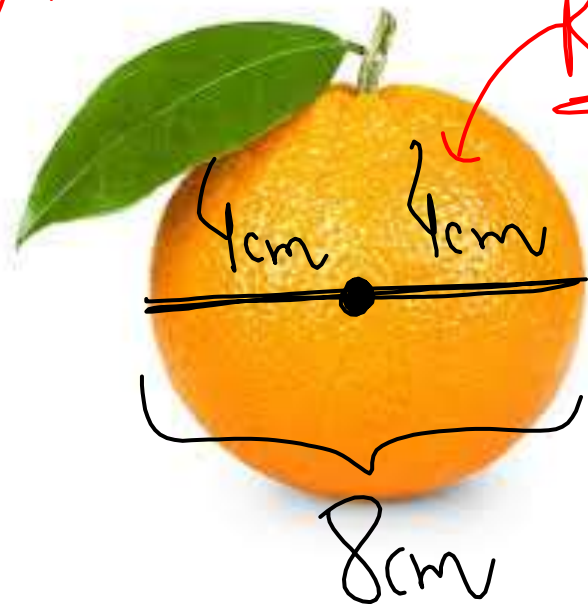
## EXERCÍCIO 1

Uma laranja tem a forma esférica. Assim sendo, qual é, aproximadamente, a área da casca e o volume de uma laranja com 8 cm de diâmetro?

Adote:  $\pi = 3,14$ .

$$\begin{aligned} A &= 4 \cdot \pi \cdot R^2 \\ A &= 4 \cdot 3,14 \cdot 4^2 \\ A &= 4 \cdot 3,14 \cdot 16 \end{aligned}$$

$$A = 200,96 \text{ cm}^2$$



RAIO

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \rightarrow V = \frac{803,84}{3}$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 4^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 64$$

$$V \approx 267,94 \text{ cm}^3$$

## EXERCÍCIO 2

$$1\text{m}^3 \Rightarrow 1000\text{l}$$

Um reservatório possui a forma esférica com 15 metros de raio. Calcule a capacidade total de armazenamento desse reservatório em litros. (adote  $\pi = 3$ )

$$R = 15\text{m}$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

$$\text{Volume} \rightarrow ? \text{ m}^3$$

$$15^3 = 15 \cdot 15 \cdot 15 = \underline{\underline{3375}}$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3 \cdot 15^3$$

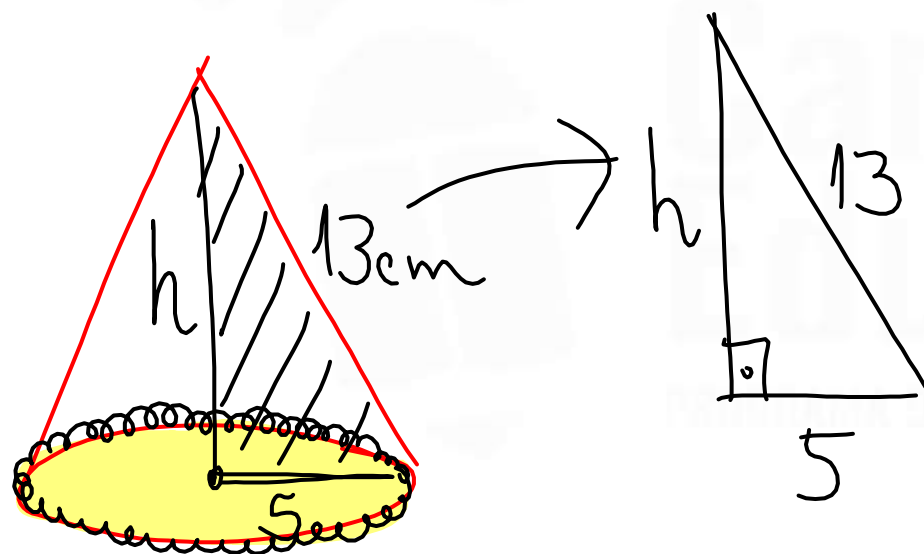
$$\rightarrow V = 4 \cdot 3375$$

$$V = 13.500 \text{ m}^3$$

$$13.500.000 \text{ litros}$$

## EXERCÍCIO 3

Calcular o comprimento da circunferência da base e a altura de um cone reto cuja geratriz mede 13 cm e cujo raio mede 5 cm.



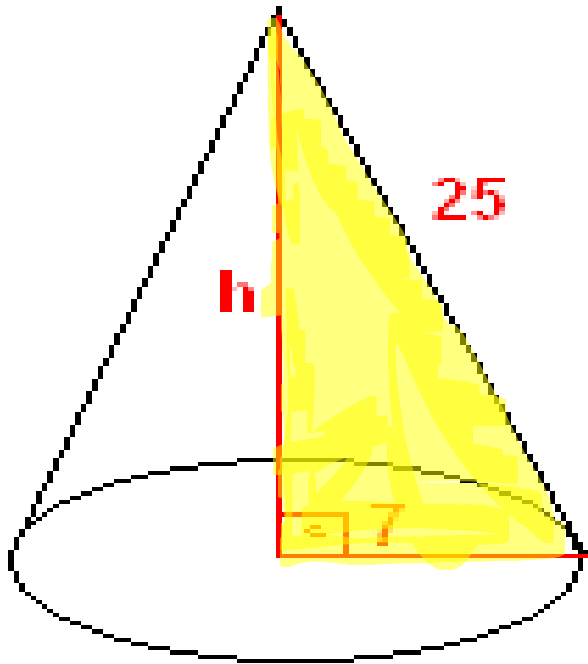
Pitágoras

$$13^2 = h^2 + 5^2$$
$$169 = h^2 + 25$$
$$h^2 = 169 - 25$$
$$h^2 = 144$$
$$h = \sqrt{144}$$
$$h = 12 \text{ cm}$$

$$C = 2 \cdot \pi \cdot R \Rightarrow C = 2 \cdot \pi \cdot 5 \Rightarrow C = 10\pi \text{ cm}$$

# EXERCÍCIO 4

Calcule a altura do cone circular reto cuja geratriz mede 25cm e o diâmetro da base mede 14cm.



Pytagoras

$$25^2 = h^2 + 7^2$$

$$625 = h^2 + 49$$

$$\rightarrow h^2 = 625 - 49$$

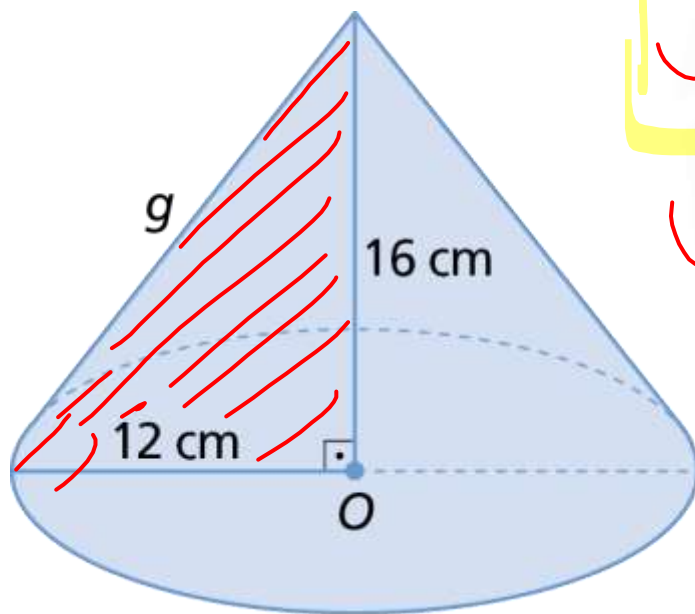
$$h^2 = 576$$

$$h = \sqrt{576}$$

$$h = 24\text{cm}$$

## EXERCÍCIO 5

Calcule a área lateral de um cone reto cuja altura é 16 cm e cujo raio da base mede 12 cm.



$$A_L = \pi \cdot R \cdot g$$

$$A_L = \pi \cdot 12 \cdot 20$$

$$A_L = 240\pi \text{ cm}^2$$

Pitágoras

$$g^2 = 12^2 + 16^2$$

$$g^2 = 144 + 256$$

$$g^2 = 400$$

$$g = \sqrt{400} \Rightarrow g = \underline{\underline{20 \text{ cm}}}$$



Canal  
Educação  
PROGRAMA DE MEDIÇÃO TECNOLÓGICA



**2<sup>a</sup>  
SÉRIE**

## **CANAL SEDUC-PI2**



PROFESSOR (A):

**ALEXSANDRO  
KESLLER**



DISCIPLINA:

**MATEMÁTICA**



CONTEÚDO:

**GEOMETRIA ESPACIAL  
II CONES-CILINDROS-  
ESFERAS**



TEMA GERADOR:

**ARTE  
NA ESCOLA**



DATA:

**20.11.2019**

# ROTEIRO DE AULA

## GEOMETRIA ESPACIAL II

### ➤ Cilindro

Cálculo da área e volume

### ➤ Cone

Cálculo da área e volume

### ➤ Esfera

Cálculo da área e volume

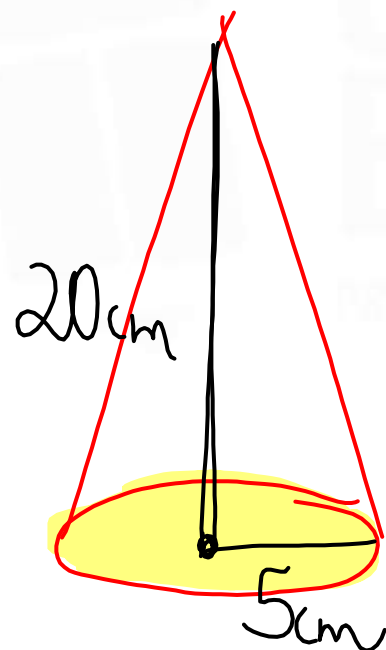
## EXERCÍCIO 6

PARA CASA!

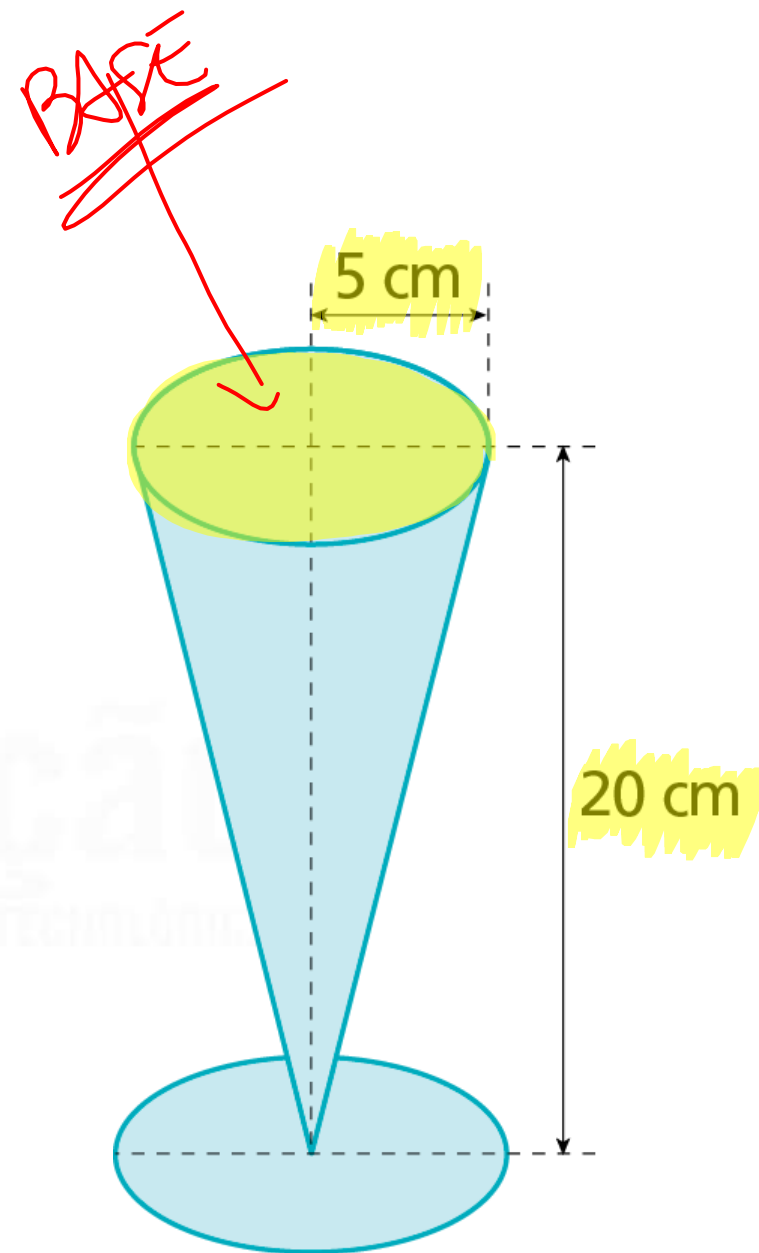
Observar a representação de uma taça e calcular a quantidade máxima de líquido, em litro, que ela pode comportar.

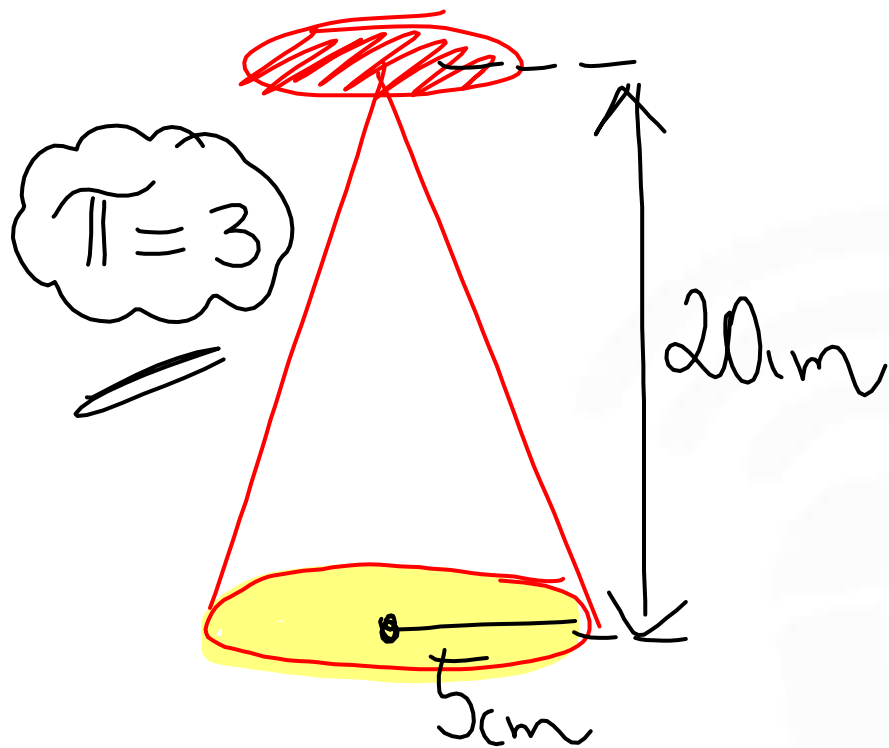
(adote  $\pi = 3$ )

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H$$



$$A_B = \pi \cdot R^2$$





$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 75 \cdot 20$$

$$V = 500 \text{ cm}^3$$

CAPACIDADE  
(litros)

$$1 \text{ m}^3 \Rightarrow 1000 \text{ l}$$

$$1 \text{ cm}^3 \Rightarrow 1 \text{ ml}$$

$$A_{\text{base}} = \pi \cdot R^2$$

$$A_B = \pi \cdot 5^2 \Rightarrow 3 \cdot 25 = 75 \text{ cm}^2$$

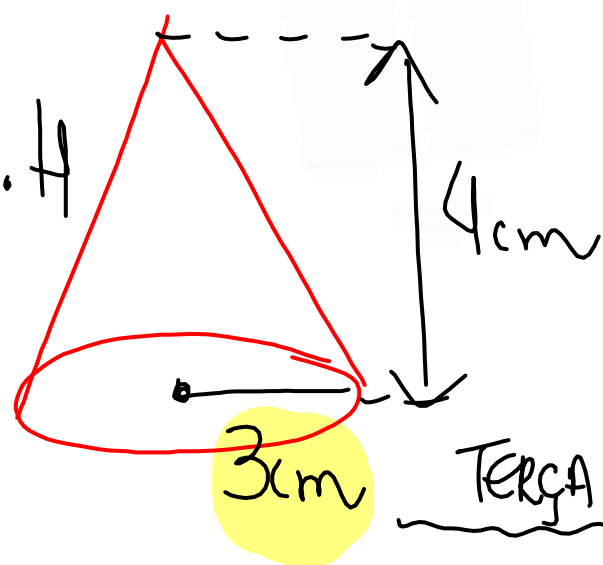
500 ml  $\Rightarrow$  0,5 l

## EXERCÍCIO 7

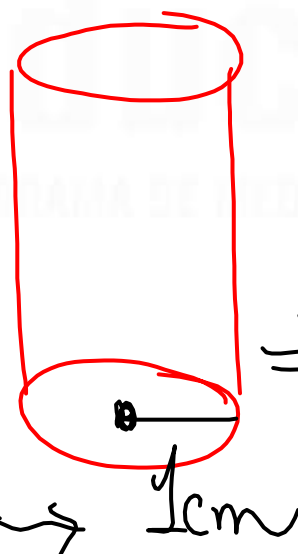
Um cone circular reto possui raio da base e altura iguais a 3cm e 4cm, respectivamente. Determine o valor da **área lateral**, em  $\text{cm}^2$ , de um **cilindro** circular reto de **raio da base igual** à **terça parte** do raio da **base do cone** e que comporta o mesmo volume do cone.

(adote  $\pi = 3$ )

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H$$



TERÇA PARTE



$$V_{\text{cone}} = V_{\text{cilindro}}$$

$$\Rightarrow A_{\text{lateral}} ?$$

$$\rightarrow A_B = \pi \cdot 3^2 \Rightarrow 3 \cdot 9 \Rightarrow \boxed{27 \text{ cm}^2}$$

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \cancel{27}^9 \cdot 4 = \boxed{36 \text{ cm}^3}$$

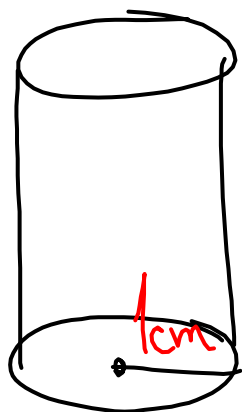
$$V_{\text{cone}} = V_{\text{cilindro}}$$

$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H$$

$$A_L = 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 12$$

$$A_L = 72 \text{ cm}^2$$

$$\boxed{V_{\text{cilindro}} = 36 \text{ cm}^3}$$



$$\pi \cdot R^2 \cdot H = 36$$

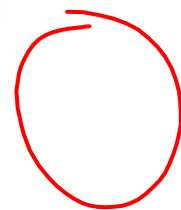
$$3 \cdot 1^2 \cdot H = 36$$

$$3H = 36$$

$$\rightarrow H = \frac{36}{3}$$

$$H = 12 \text{ cm}$$

$$\boxed{\text{ÁREA LATERAL}} \left. \vphantom{\begin{matrix} 2 \cdot \pi \cdot R \\ 12 \text{ cm} \end{matrix}} \right\} 12 \text{ cm}$$





## EXERCÍCIO 8

Uma dona de casa está preparando a festa de aniversário de seu filho. Com **semicírculos** de raio 12cm vai confeccionar copos de papel em forma de cone. Para 30 destes copos, a quantidade de papel necessário será de aproximadamente: (adote  $\pi = 3$ )

- a) 7.530cm<sup>2</sup>.
- b) 8.500 cm<sup>2</sup>
- c) 6.000 cm<sup>2</sup>
- ☒ d) 6.480 cm<sup>2</sup>
- e) 9.500 cm<sup>2</sup>



PAPEL  
SEMICÍRCULO



$$A = \frac{\pi \cdot R^2}{2} \Rightarrow \frac{3 \cdot 12^2}{2} \Rightarrow \frac{3 \cdot 144}{2} \Rightarrow \frac{432}{2} \Rightarrow 216$$

$$A = 216 \text{ cm}^2$$

$$30 \times 216 = \underline{\underline{6480 \text{ cm}^2}}$$



Canal  
Educação

PROGRAMA DE MEDIAÇÃO TECNOLÓGICA

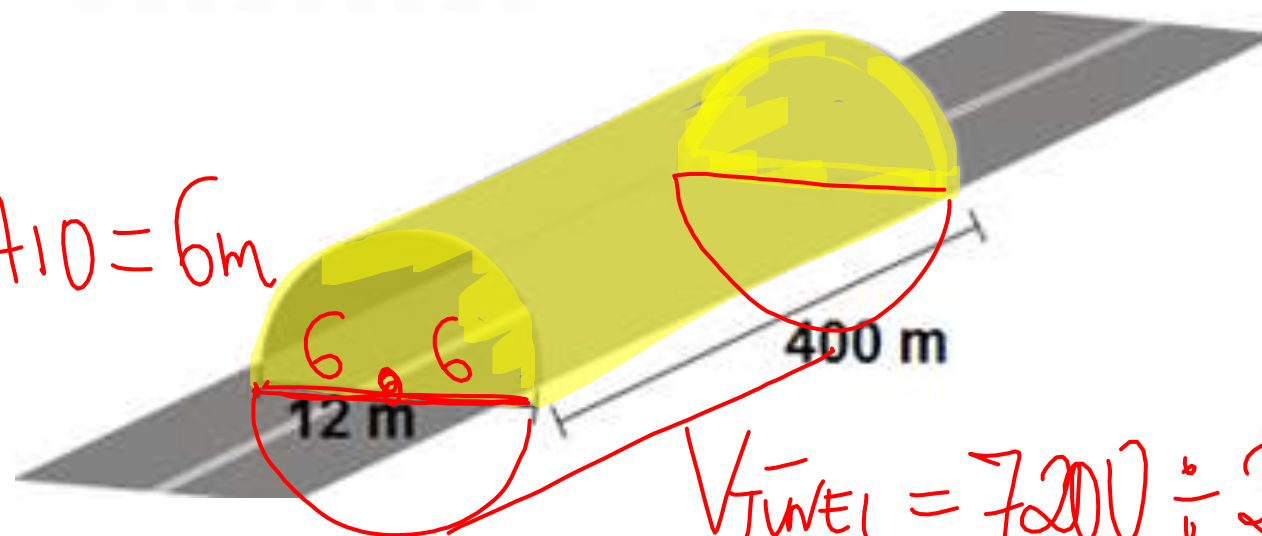
## EXERCÍCIO 9

Uma alternativa encontrada para a melhoria da circulação em grandes cidades e em rodovias é a construção de túneis. A realização dessas obras envolve muita ciência e tecnologia. Um túnel em formato semicircular, destinado ao transporte rodoviário, tem as dimensões conforme a figura a seguir.

(adote  $\pi = 3$ )

$$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot R^2 \cdot H \quad \text{RAIO} = 6\text{m}$$

$$V = 3 \cdot 6 \cdot 400 = \boxed{7200\text{m}^3}$$



$$V_{\text{TÚNEL}} = 7200 \div 2$$
$$\underline{\underline{3600\text{m}^3}}$$

Qual é o volume, em  $\text{m}^3$  no interior desse túnel?

# ATIVIDADE DE CASA