

**2^a
SÉRIE**

CANAL SEDUC-PI2



PROFESSOR (A):



DISCIPLINA:



CONTEÚDO:



TEMA GERADOR:



DATA:

**ALEXANDRO
KESLLER**

MATEMÁTICA

**GEOMETRIA ESPACIAL
II CONES-CILINDROS-
ESFERAS**

**ARTE
NA ESCOLA**

30.10.2019

ROTEIRO DE AULA

GEOMETRIA ESPACIAL II

- Cilindro

Cálculo da área e volume

- Cone

Cálculo da área e volume

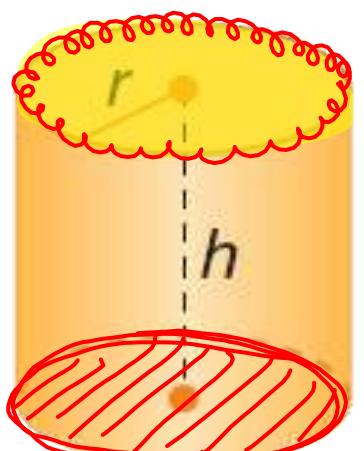
- Esfera

Cálculo da área e volume

Área da superfície (Total)

$$\Rightarrow A_T = 2 \cdot A_{\text{BASE}} + A_L$$

$$A_B = \pi \cdot R^2$$



$$A_{\text{BASE}} = \pi \cdot R^2$$

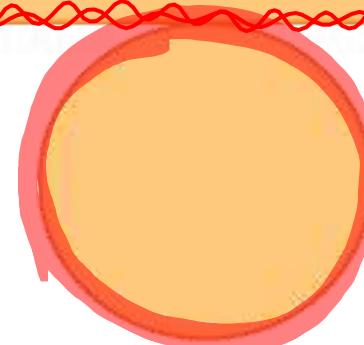
$$C = 2 \cdot \pi \cdot R$$

ÁREA LATERAL

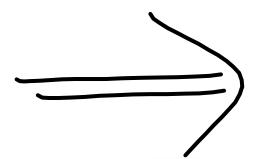
$$2\pi r$$

$$h$$

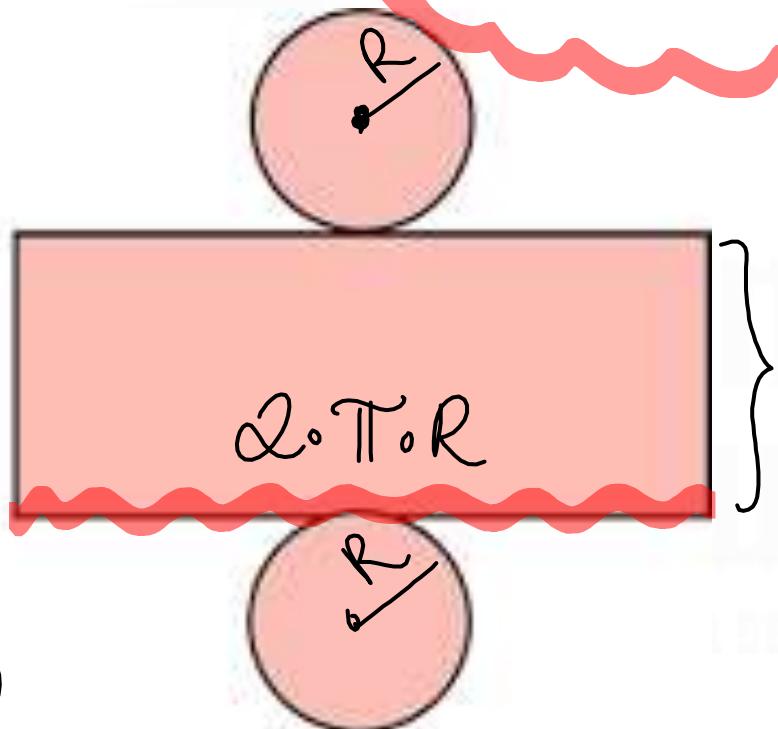
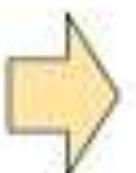
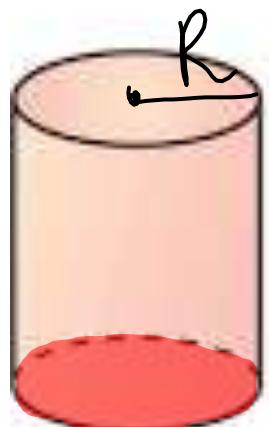
$$A_L = 2 \cdot \pi R \cdot h$$



$$C = 2 \cdot \pi \cdot R$$

Área Base (A_b)

$$A_B = \pi \cdot R^2$$



BASE = CÍRCULO

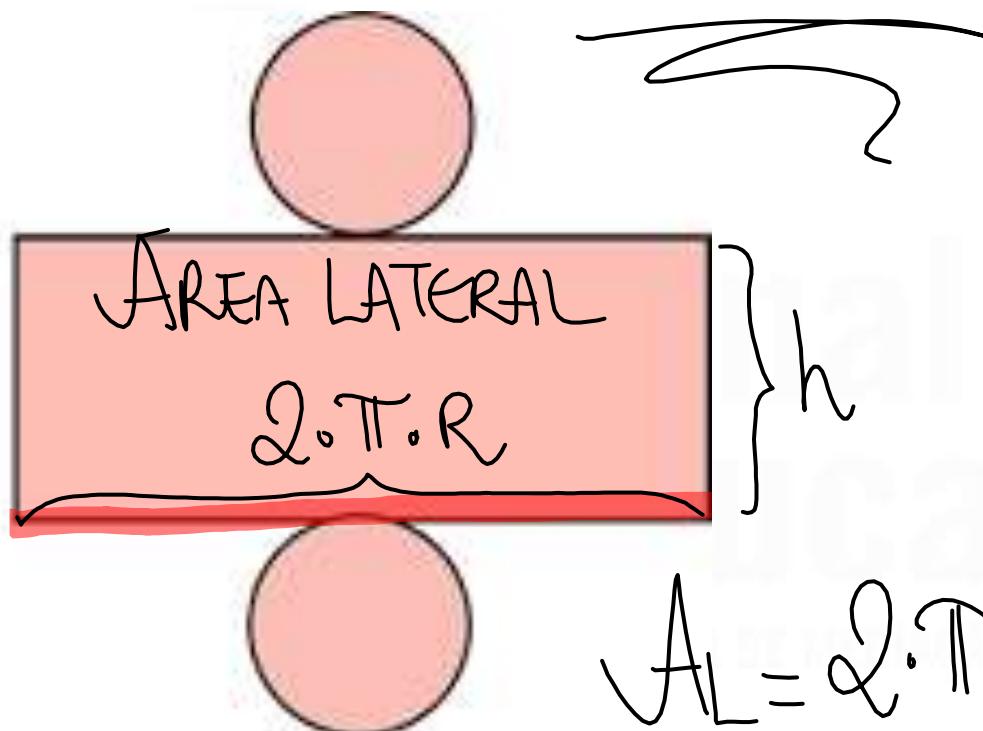
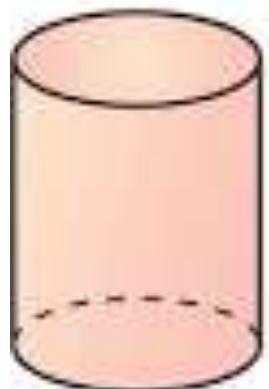
$$A_B = \pi \cdot R^2$$

$$A_{LATERAL} = 2\pi \cdot R \cdot h$$

Base do Retângulo altura

Área Lateral (A_L)

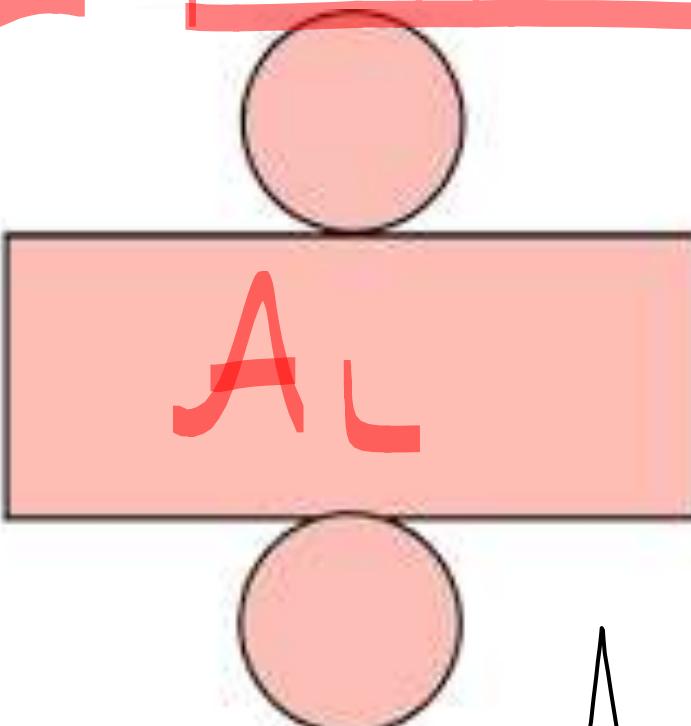
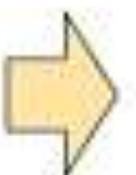
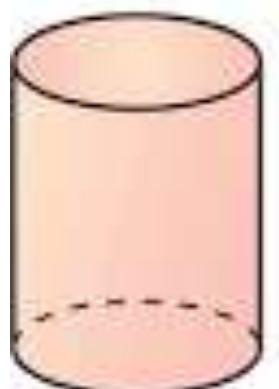
$$\Rightarrow A_L = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$



$$A_L = \underbrace{2 \cdot \pi \cdot R}_{\text{Base do Retângulo}} \cdot \underbrace{h}_{\text{Altura}}$$

Área Total (A_t)

$$\Rightarrow A_t = 2 \cdot A_B + A_L$$



$$A_B = \pi \cdot R^2$$

$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

$$A_{\text{TOTAL}} = \underbrace{2 \cdot \pi \cdot R^2}_{\text{ÁREA DA BASE}} + \underbrace{2 \cdot \pi \cdot R \cdot h}_{\text{ÁREA LATERAL}}$$

Volume (V)



$$\checkmark \text{ CILINDRO} = A_{\text{BASÉ}} \times \text{ALTURA}$$

$$\checkmark V = \pi \cdot R^2 \cdot h$$

Áreas e Volumes (Cilindro)

Área Base(A_b)

$$A_b = \pi R^2$$

Área Lateral(A_L)

$$A_L = 2\pi Rh$$

Área Total(A_t)

$$A_t = 2A_b + A_L$$

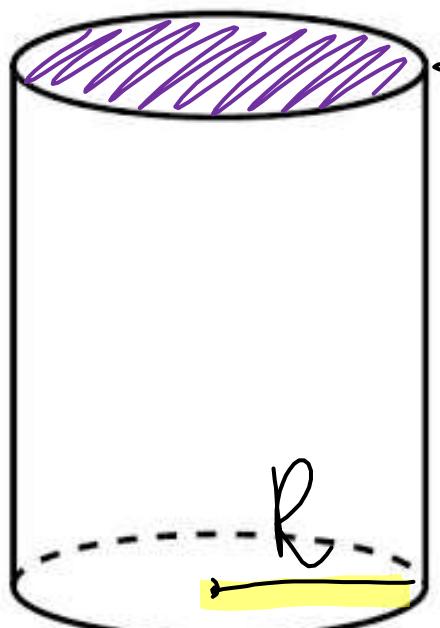
Volume(V)

$$V = \pi R^2 \cdot h$$

$$A_L = 2\pi \cdot R \cdot h$$

EXERCÍCIO 1

A área lateral de um cilindro circular reto é $300\pi \text{ cm}^2$. Dado que a altura desse cilindro é 15 cm, calcule seu volume.



$$V = A_B \cdot h$$

$$V = 100\pi \cdot 15$$

15cm

$$A_B = \pi \cdot 10^2$$

$$A_B = 100\pi \text{ cm}^2$$

$$A_L = 300\pi$$

$$2\pi \cdot R \cdot 15 = 300\pi$$

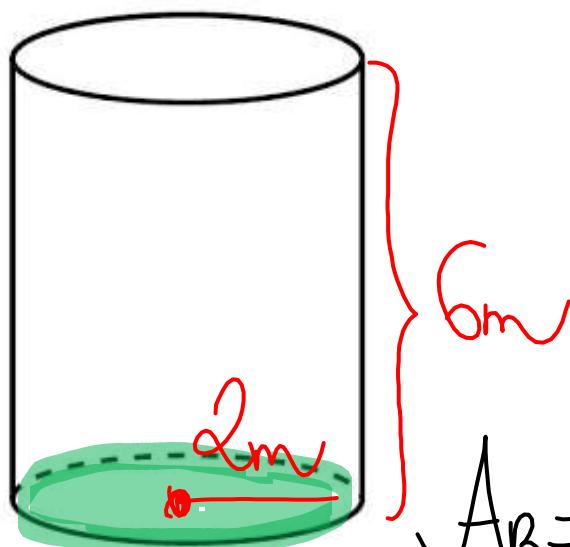
$$30\pi \cdot R = 300\pi$$

$$R = \frac{300\pi}{30\pi} = 10 \text{ cm}$$

$$1m^3 \Rightarrow 1000l$$

EXERCÍCIO 2

Um reservatório em formato cilíndrico possui 6 metros de altura e raio da base igual a 2 metros. Determine o volume e a capacidade desse reservatório em litros.



$$V = A_B \cdot h$$

$$V = 4\pi \cdot 6$$

$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi \cdot 2^2 \Rightarrow 4\pi m^2$$

$$V = 24\pi m^3$$

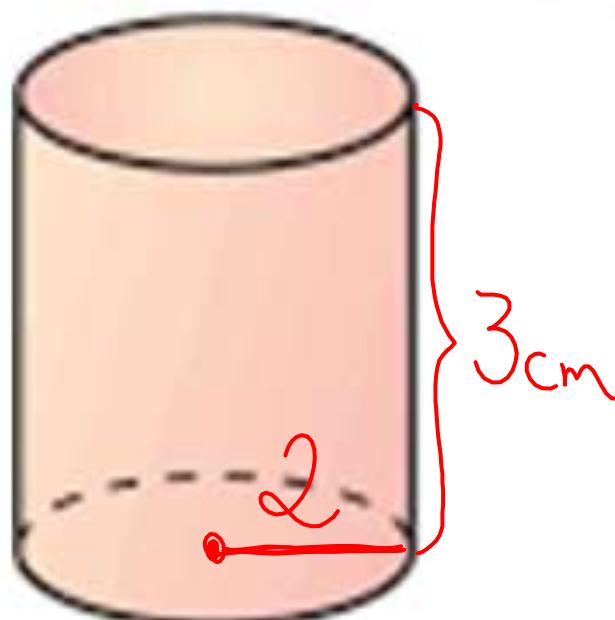
$$\text{CAPACIDADE} \Rightarrow 24000\pi l$$

?

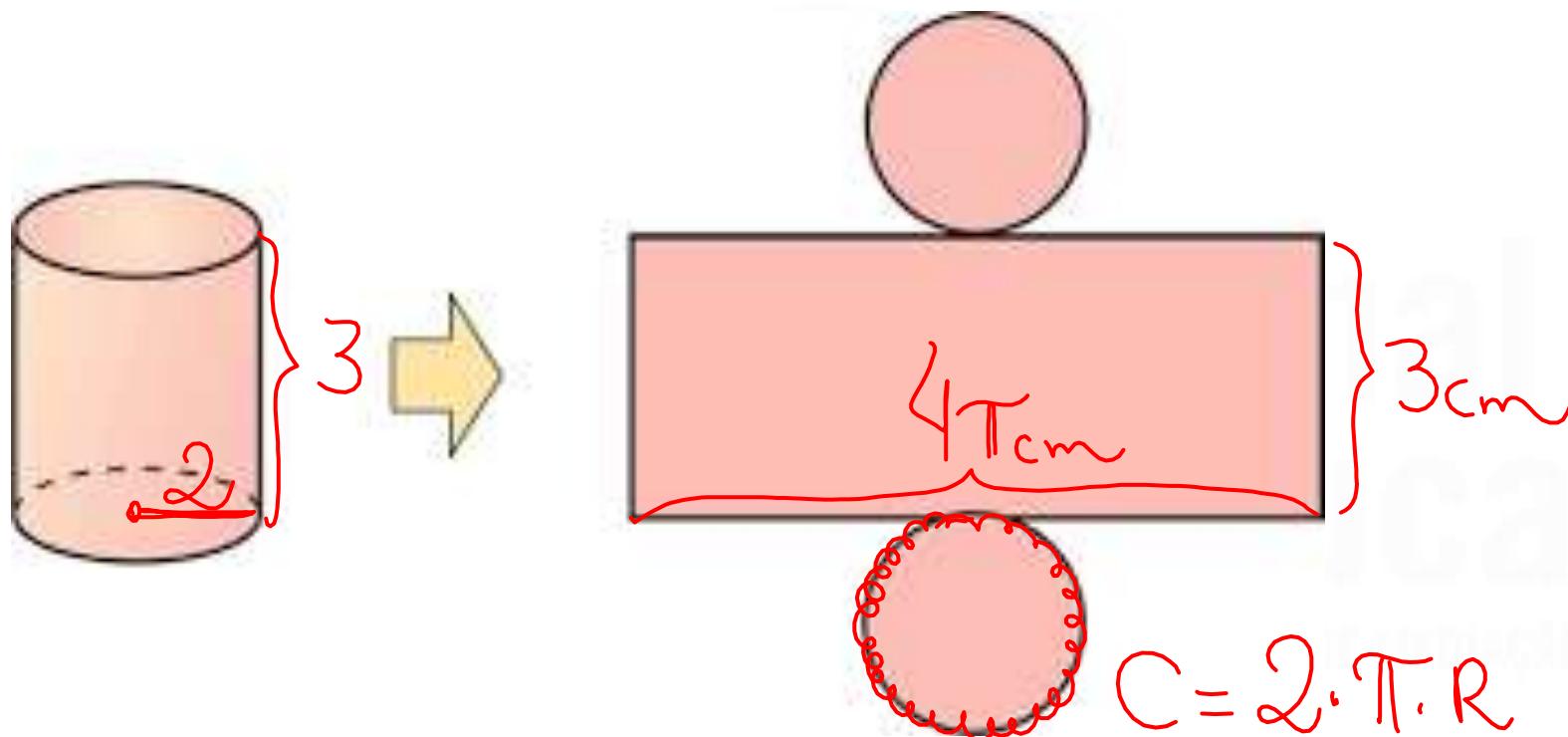
6

EXERCÍCIO 3

Seja um cilindro circular reto de raio igual a 2 cm e altura 3 cm.
Calcular a área lateral, área total e o seu volume.

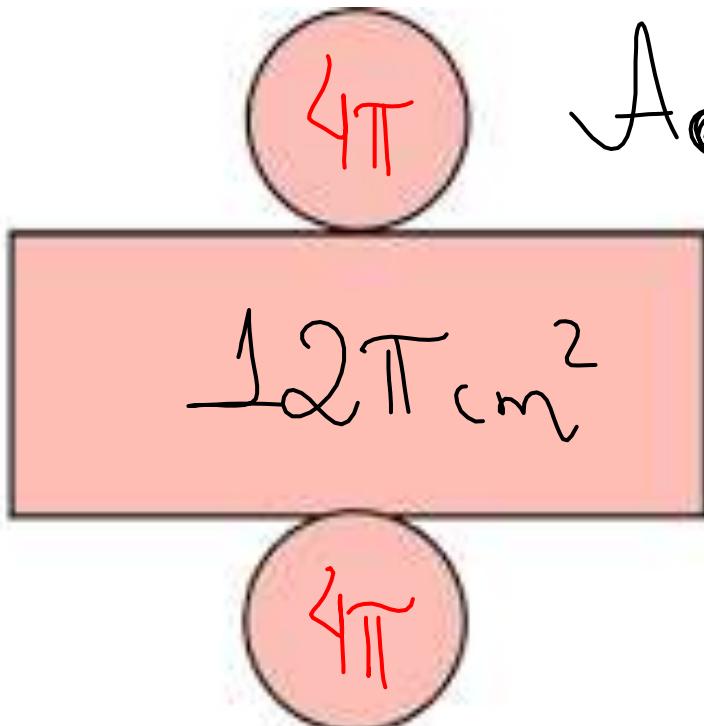
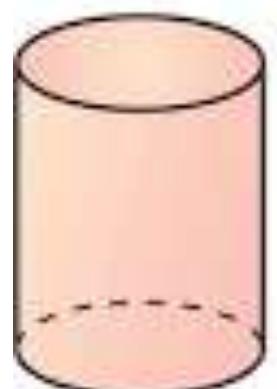


Área Lateral(A_L) $\Rightarrow A_L = 4\pi \cdot 3 = \underline{\underline{12\pi \text{ cm}^2}}$



$$C = 2 \cdot \pi \cdot R$$

$$\begin{aligned} C &= 2 \cdot \pi \cdot 2 \\ C &= 4\pi \text{ cm} \end{aligned}$$

Área Total(A_t)

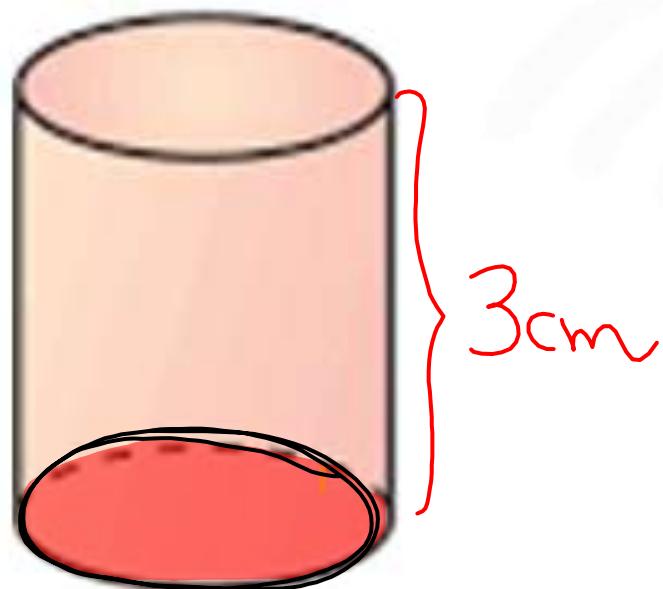
$$A_{\bullet} = \pi \cdot R^2$$

$$A_{\bullet} = \pi \cdot 2^2 = 4$$

$$\underline{A_{\bullet} = 4\pi \text{ cm}^2}$$

$$A_{\text{TOTAL}} = 4\pi + 4\pi + 12\pi = \boxed{20\pi \text{ cm}^2}$$

Volume(V)



$$V = A_B \cdot h$$

$$V = 4\pi \cdot 3$$

$$V = 12\pi \text{ cm}^3$$

$$\uparrow A_B = 4\pi \text{ cm}^2$$

**2^a
SÉRIE**

CANAL SEDUC-PI2



PROFESSOR (A):



DISCIPLINA:



CONTEÚDO:



TEMA GERADOR:



DATA:

**ALEXANDRO
KESLLER**

MATEMÁTICA

**GEOMETRIA ESPACIAL
II CONES-CILINDROS-
ESFERAS**

**ARTE
NA ESCOLA**

06.11.2019

ROTEIRO DE AULA

GEOMETRIA ESPACIAL II

➤ Cilindro

Cálculo da área e volume

➤ Cone

Cálculo da área e volume

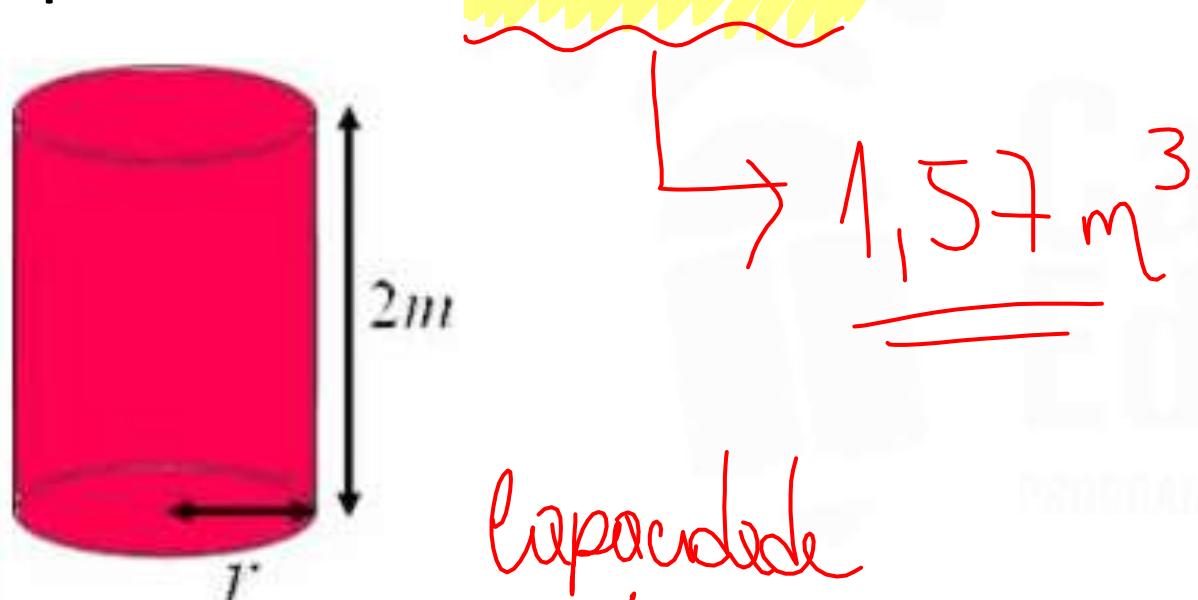
➤ Esfera

Cálculo da área e volume

EXERCÍCIO 4

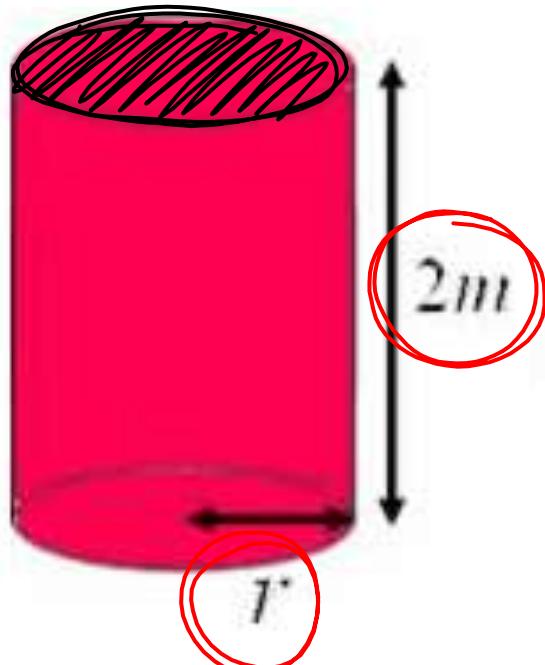
Q1 CASA

A figura indica o tambor cilíndrico de um aquecedor solar com capacidade de 1 570 litros.



Sabendo que 1 000 litros de água ocupam um volume de 1 m^3 e adotado $\pi = 3,14$, determine a medida do raio r do cilindro.

Volume



$$V_{CILINDRO} = A_B \cdot H$$

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot H$$

$$V = 1,57$$

$$\pi \cdot R^2 \cdot H = 1,57$$

$$3,14 \cdot R^2 \cdot 2 = 1,57$$

$$A_B = \pi \cdot R^2$$

$$1570l \Rightarrow V = 1,57 m^3$$

$$6,28 \cdot R^2 = 1,57$$

$$R^2 = \frac{1,57}{6,28}$$

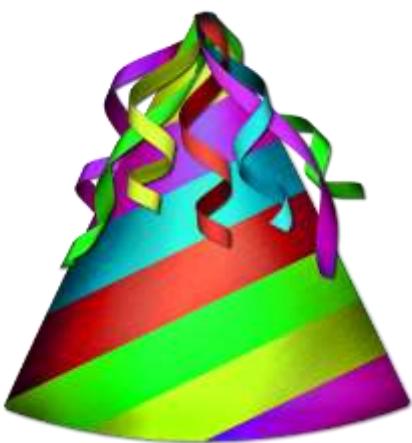
$$R^2 = 0,25$$

$$R = \sqrt{0,25}$$

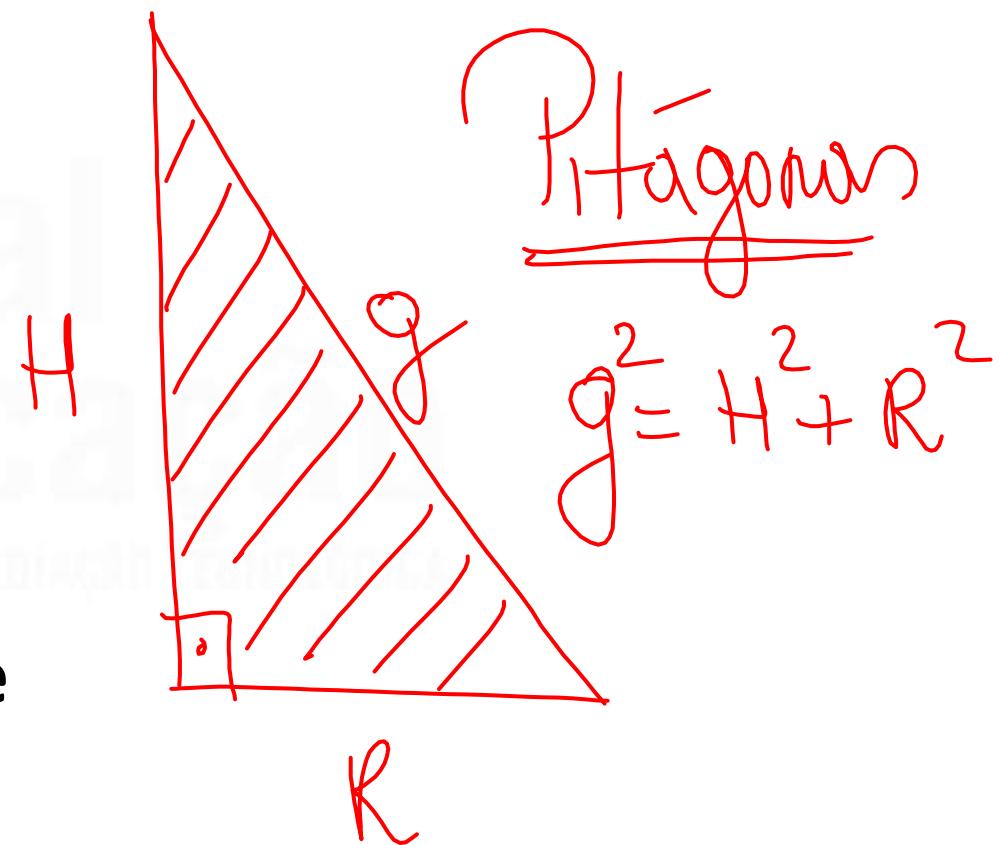
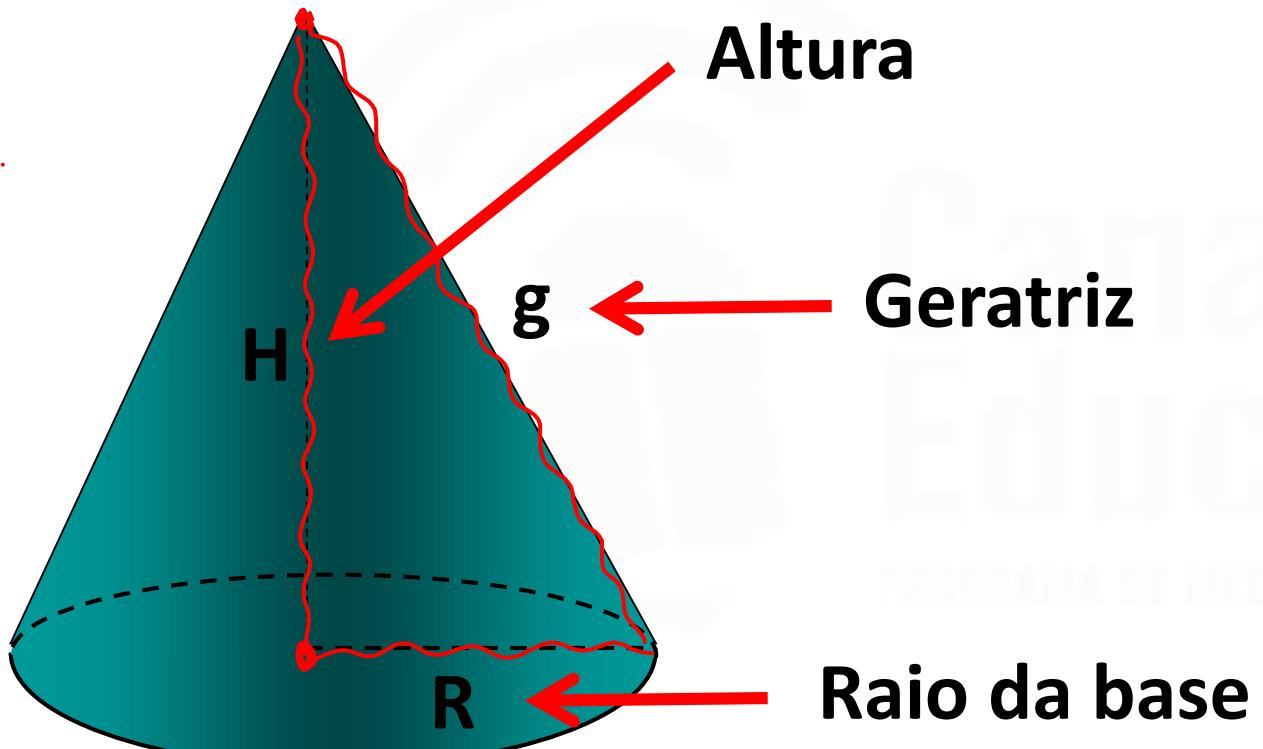
$$R = 0,5 \text{ m ou } 50 \text{ cm}$$

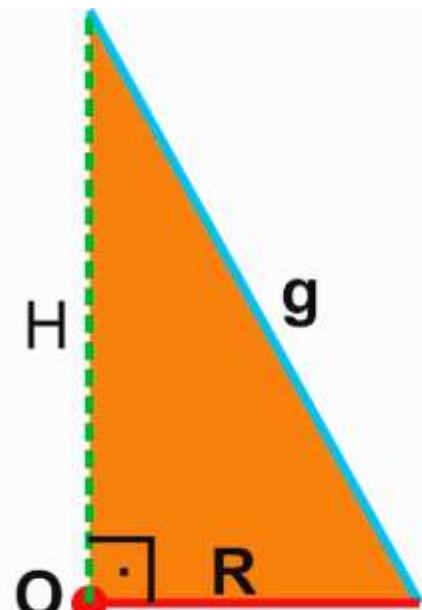
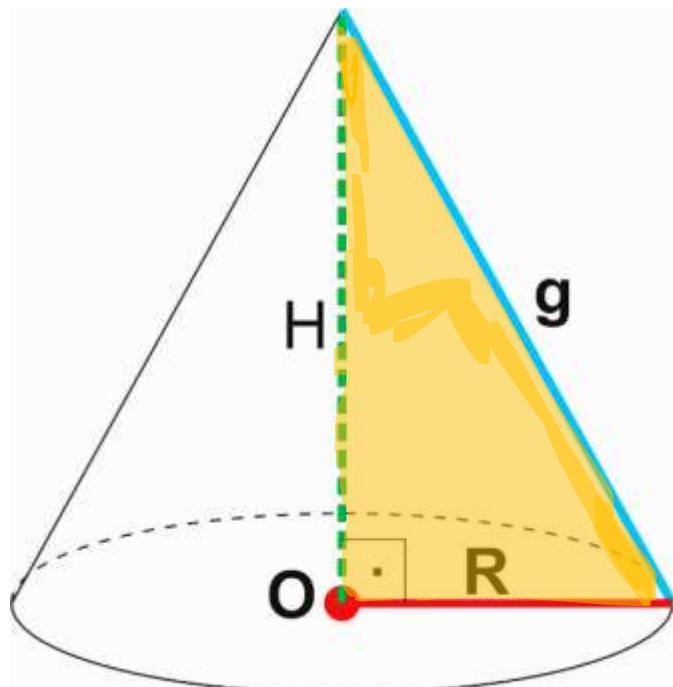
CONES

Objetos cônicos do cotidiano



Elementos do Cone

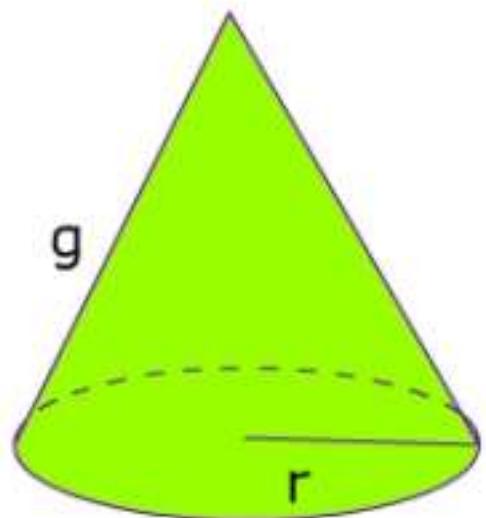




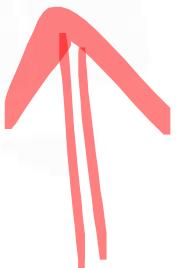
Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$g^2 = R^2 + H^2$$

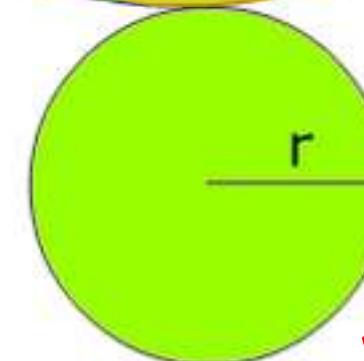
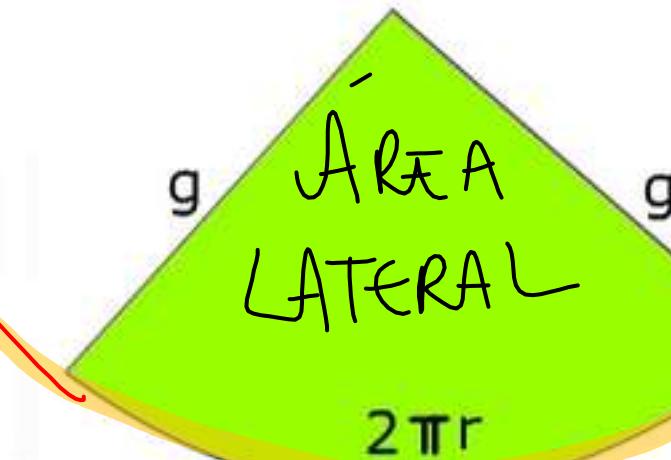
Planificação do Cone Reto



Planificação



CONE PLANIFICADO



ÁREA DA BASE
 $AB = \pi \cdot R^2$

Áreas e Volume (Cone)

Área Base(A_b)

$$A_b = \pi R^2$$

Área Lateral(A_L)

$$A_L = \pi R g$$

Área Total(A_t)

$$A_t = A_b + A_L$$

Volume(V)

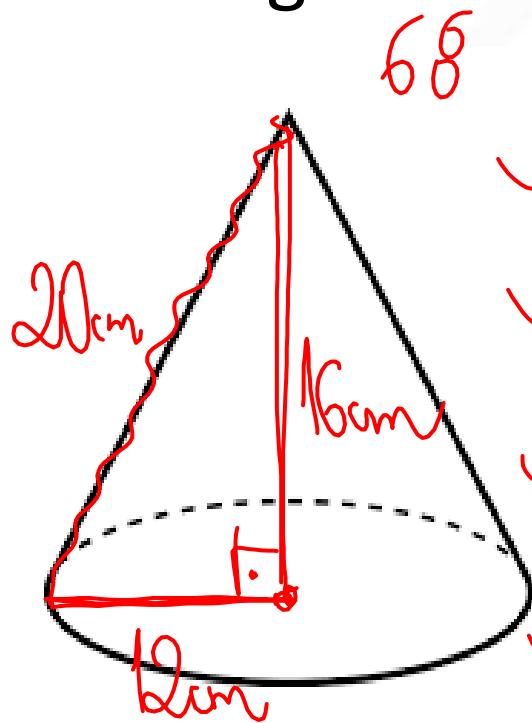
$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h$$

EXERCÍCIO 1

$$\begin{array}{r} 144 \\ 24 \end{array} \begin{array}{r} 3 \\ 48 \end{array}$$

Um cone possui **diâmetro** da base medindo 24 cm, **geratriz** 20 cm e altura igual a 16 cm. Determine sua área total e seu volume.



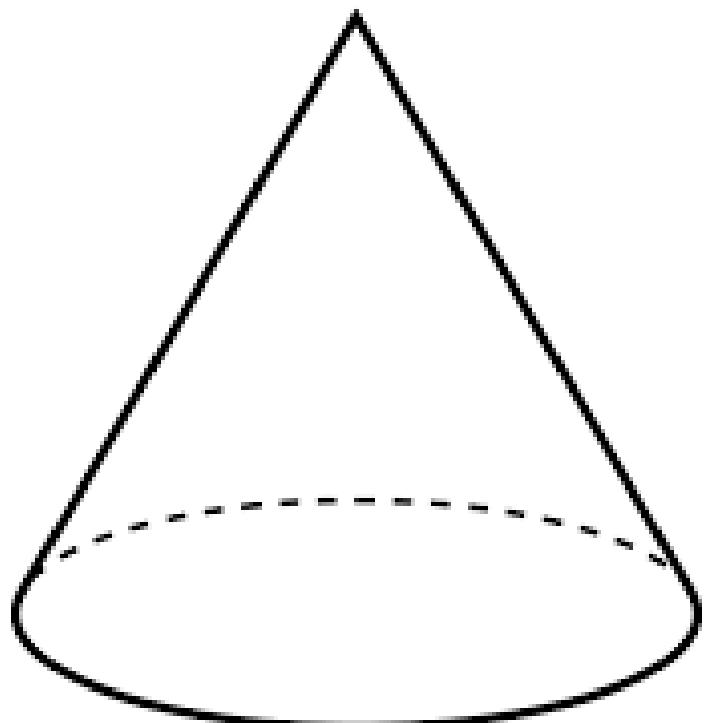
$$\begin{aligned} A_B &= \pi \cdot R^2 \\ A_B &= \pi \cdot 12^2 \\ A_B &= 144\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_L = \pi \cdot R \cdot g \\ A_L = \pi \cdot 12 \cdot 20 \\ A_L = 240\pi \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$

$$A_{TOTAL} = A_B + A_L$$

$$A_T = 144\pi + 240\pi = \boxed{384\pi \text{ cm}^2}$$

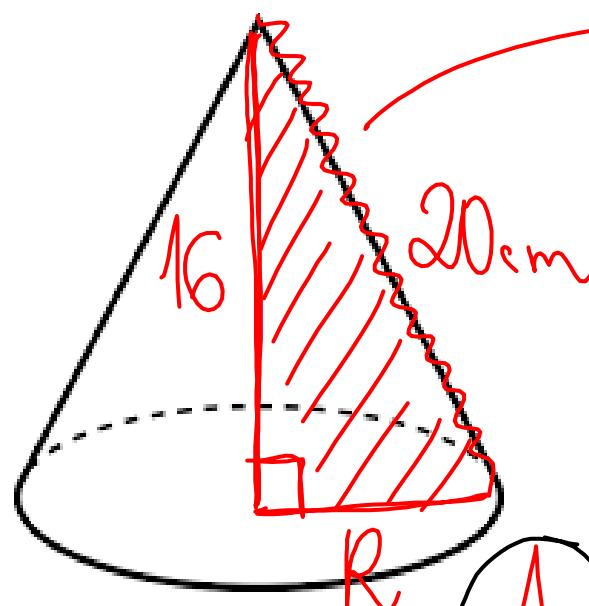
$$\left\{ \begin{array}{l} V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h \\ V = \frac{1}{3} \cdot 144\pi \cdot 16 \\ V = 768\pi \text{ cm}^3 \end{array} \right.$$



Base de um cone é:
Círculo

EXERCÍCIO 2

No cone reto a seguir, a geratriz (g) mede 20 cm e a altura mede 16 cm. Determine seu volume.



$$\text{AB} = \pi \cdot R^2 \Rightarrow \pi \cdot 12^2 \Rightarrow \underline{\underline{144\pi \text{ cm}^2}}$$

→ Pitágoras

$$20^2 = 16^2 + R^2$$

$$400 = 256 + R^2$$

$$R^2 = 400 - 256$$

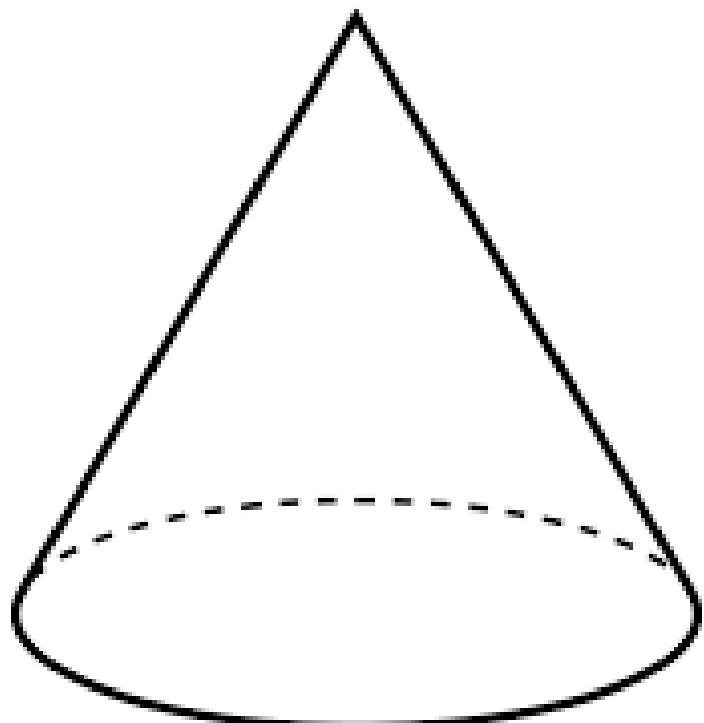
$$R^2 = 144$$

$$R = \sqrt{144} \Rightarrow R = 12 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 144\pi \cdot 16$$

3

$$V = 768\pi \text{ cm}^3$$

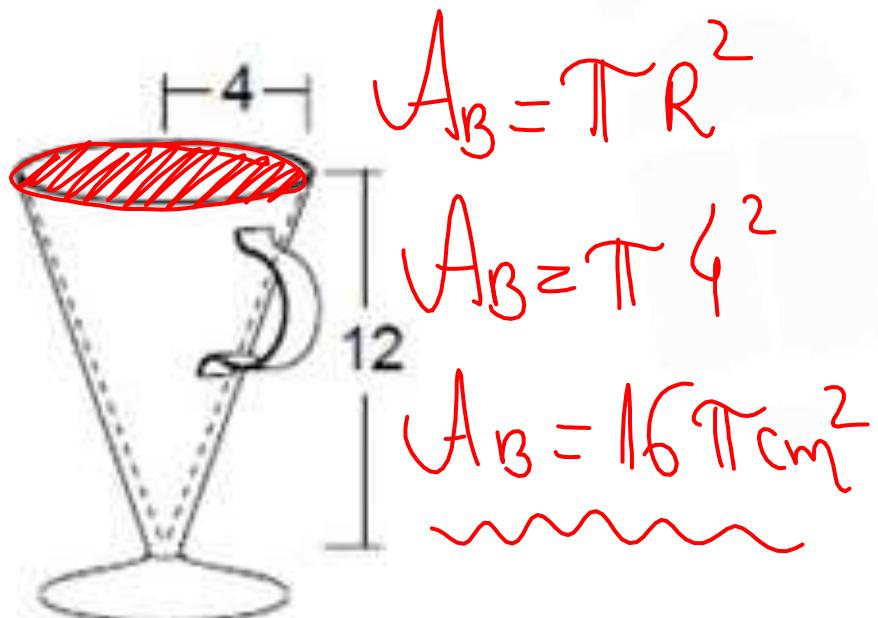


Base de um cone é:
Círculo

$$1m^3 \Rightarrow 1.000l$$

EXERCÍCIO 3

Um copo será fabricado no formato de um cone com as seguintes medidas: 4 cm de raio e 12 cm de altura. Qual será a capacidade do copo?



$$A_B = \pi R^2$$

$$A_B = \pi 4^2$$

$$A_B = 16\pi \text{ cm}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h \\ V = \frac{1}{3} \cdot 16\pi \cdot 12 \end{array} \right\}$$

$$V = 64\pi \text{ cm}^3 \Leftrightarrow \text{Capacidade} \Rightarrow 64\pi \text{ ml}$$

ml

$$1\text{cm}^3 \Rightarrow 1\text{ml}$$

**2^a
SÉRIE**

CANAL SEDUC-PI2



PROFESSOR (A):



DISCIPLINA:



CONTEÚDO:



TEMA GERADOR:



DATA:

**ALEXANDRO
KESLLER**

MATEMÁTICA

**GEOMETRIA ESPACIAL
II CONES-CILINDROS-
ESFERAS**

**ARTE
NA ESCOLA**

13.11.2019

ROTEIRO DE AULA

GEOMETRIA ESPACIAL II

➤ **Cilindro**

Cálculo da área e volume

➤ **Cone**

Cálculo da área e volume

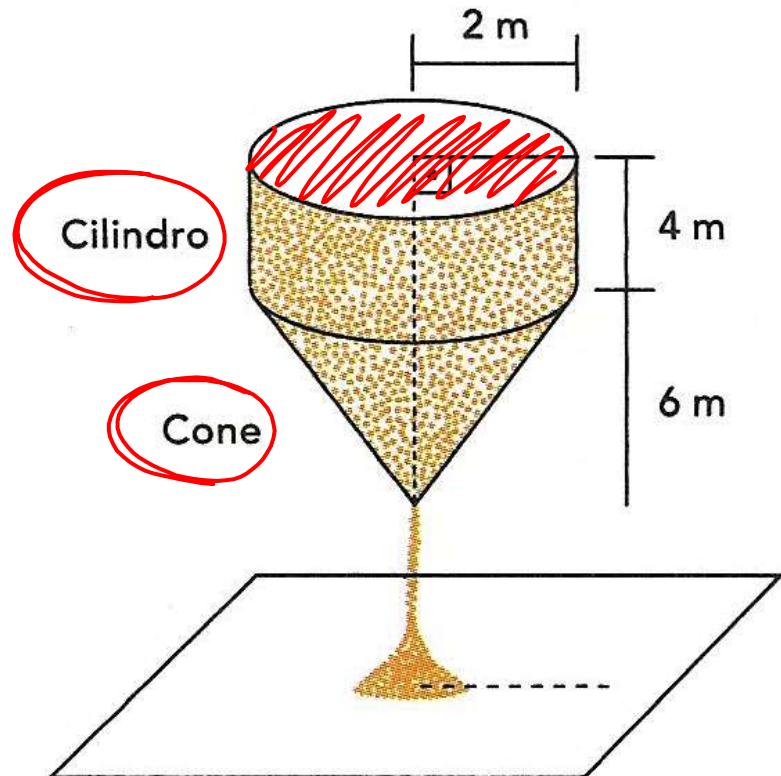
➤ **Esfera**

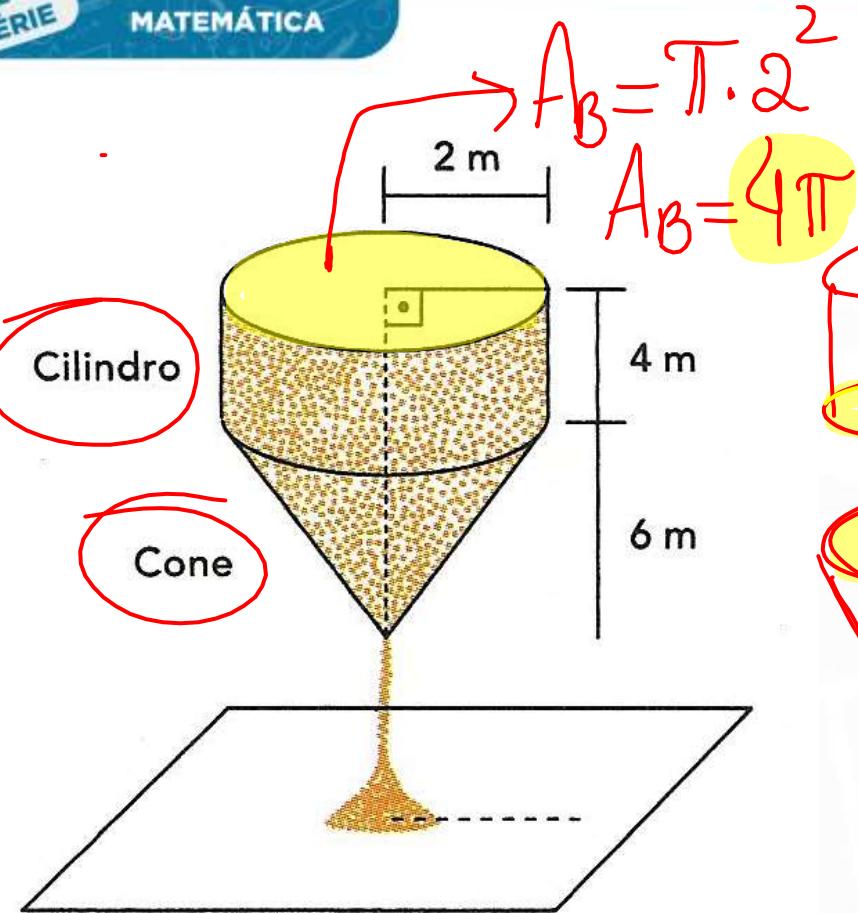
Cálculo da área e volume

EXERCÍCIO 4

A área A fim de que não haja desperdício de ração e seus animais estejam sempre bem nutridos, um fazendeiro construiu um recipiente com uma pequena abertura na parte inferior, que permite a reposição automática da alimentação, conforme mostra a figura. Qual a capacidade total de armazenamento em metros cúbicos?

VOLUME





$$V_{CILINDRO} = A_B \cdot H$$

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot H$$

$$V_{CILINDRO} = 4\pi \cdot 4 = 16\pi \text{ m}^3$$

$$V_{CONE} = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H$$

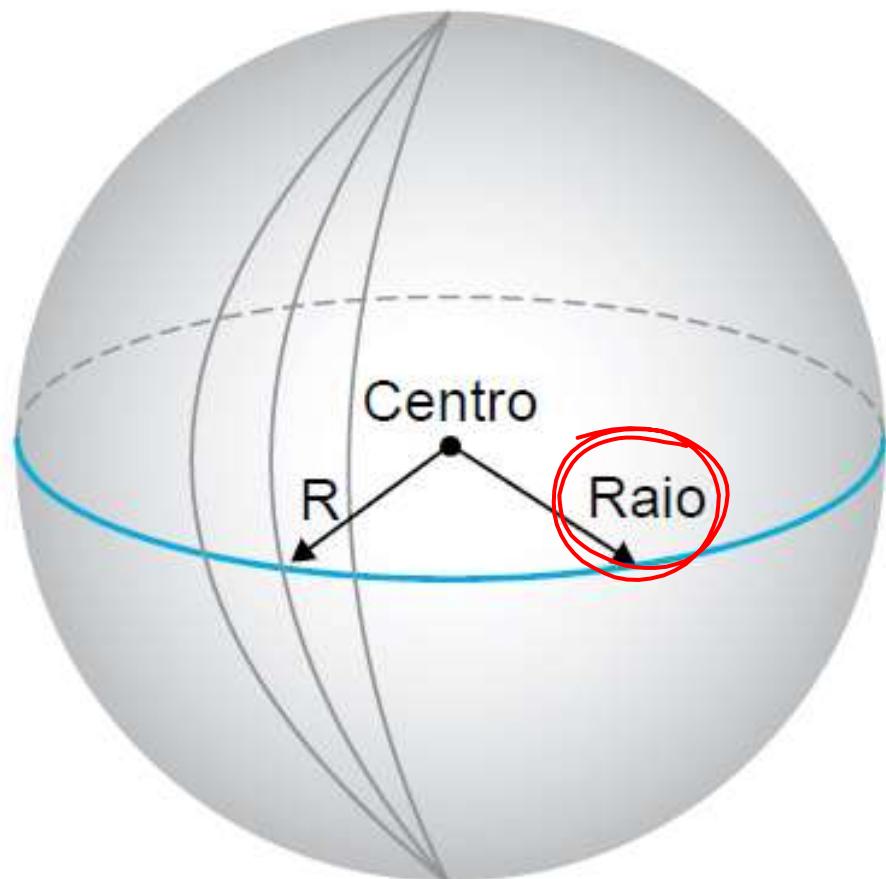
$$V_{CONE} = \frac{1}{3} \cdot 4\pi \cdot 6^2 = 8\pi \text{ m}^3$$

$$V_{RECIPENTE} = 16\pi + 8\pi = 24\pi \text{ m}^3$$

$$V \neq \pi = 3 \Rightarrow 24 \cdot 3 = 72 \text{ m}^3$$

Esfera

Sólido limitado pela superfície esférica



Área da superfície esférica

$$A_s = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$



Volume da Esfera

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$



$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

EXERCÍCIO 1

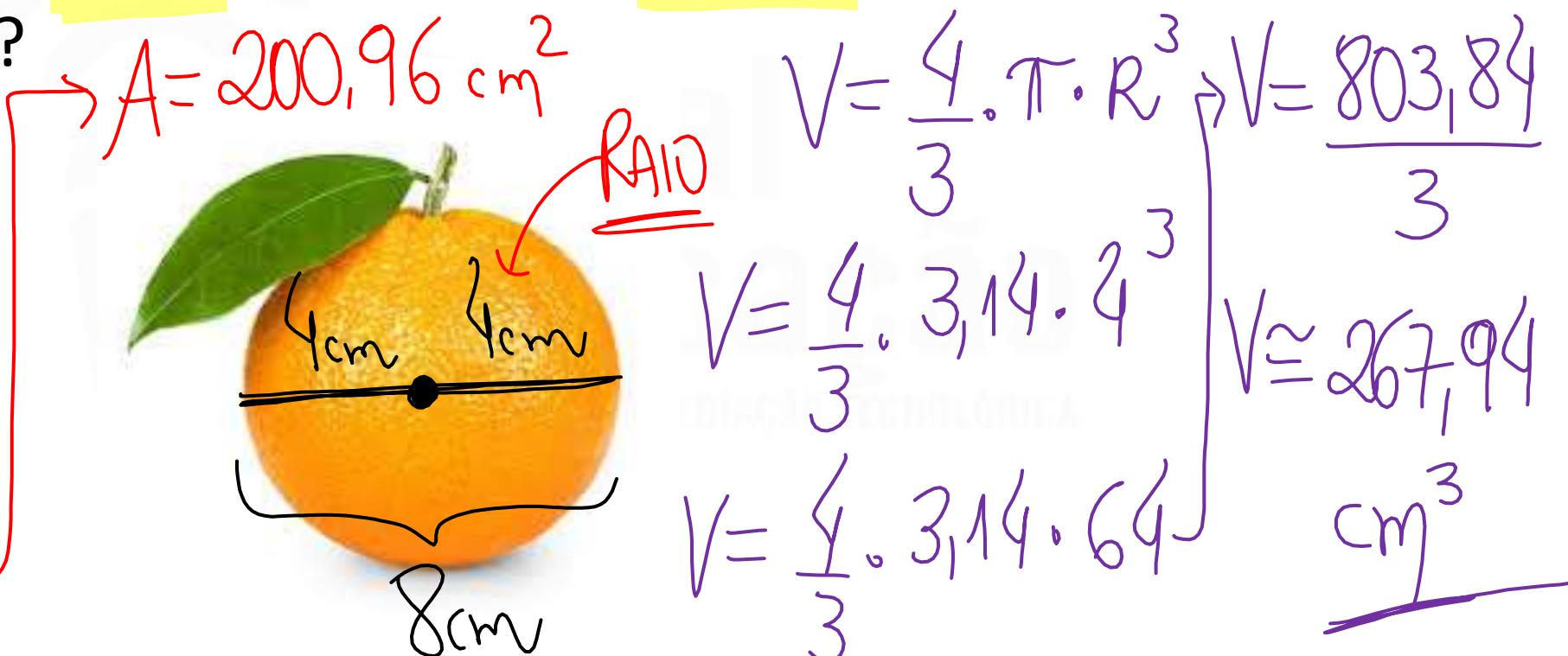
Uma laranja tem a forma esférica. Assim sendo, qual é, aproximadamente, a área da casca e o volume de uma laranja com 8 cm de diâmetro?

Adote: $\pi = 3,14$.

$$A = 4 \cdot \pi \cdot R^2$$

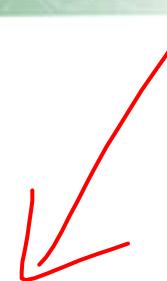
$$A = 4 \cdot 3,14 \cdot 4^2$$

$$A = 4 \cdot 3,14 \cdot 16$$



$$1m^3 \Rightarrow 1000l$$

EXERCÍCIO 2



Um reservatório possui a forma esférica com 15 metros de raio. Calcule a capacidade total de armazenamento desse reservatório em litros. (adote $\pi = 3$)

$$R = 15m$$

$$\text{Volume} \rightarrow ? m^3$$

$$15^3 = 15 \cdot 15 \cdot 15 = 3375$$

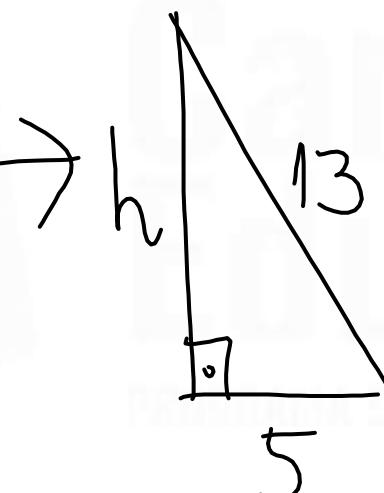
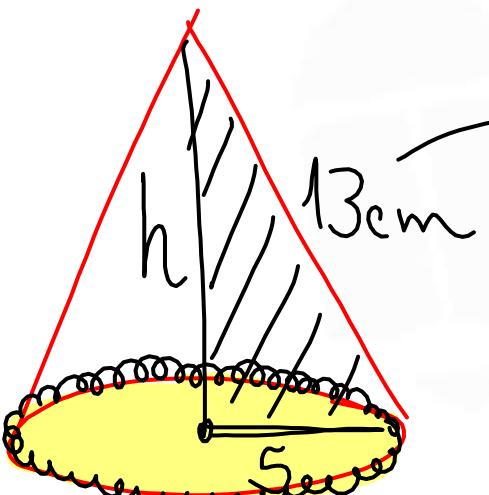
$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \rightarrow V = 4 \cdot 3375$$

$$V = 13.500 m^3$$

$$13.500.000 litros$$

EXERCÍCIO 3

Calcular o comprimento da circunferência da base e a altura de um cone reto cuja geratriz mede 13 cm e cujo raio mede 5 cm.



Pitágoras

$$13^2 = h^2 + 5^2$$

$$169 = h^2 + 25$$

$$\rightarrow h^2 = 169 - 25$$

$$h^2 = 144$$

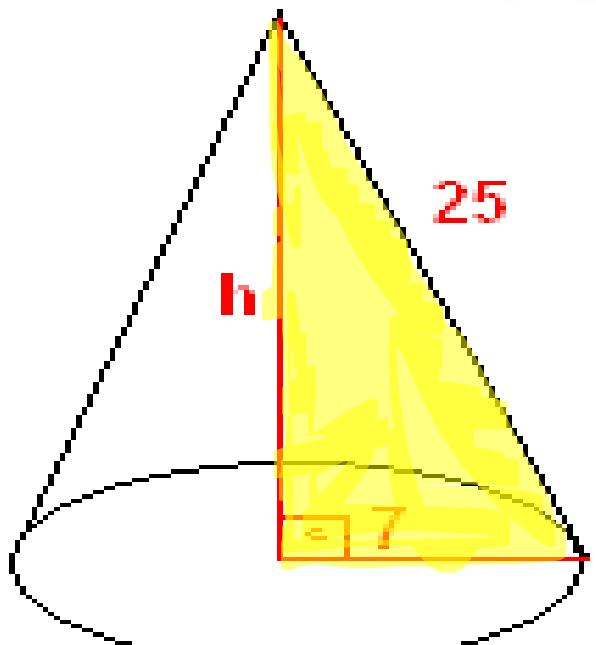
$$h = \sqrt{144}$$

$$h = 12 \text{ cm}$$

$$C = 2 \cdot \pi \cdot R \Rightarrow C = 2 \cdot \pi \cdot 5 \Rightarrow C = 10\pi \text{ cm}$$

EXERCÍCIO 4

Calcule a altura do cone circular reto cuja geratriz mede 25cm e o diâmetro da base mede 14cm.



Pitágoras

$$25^2 = h^2 + 7^2$$

$$625 = h^2 + 49$$

$$h^2 = 625 - 49$$

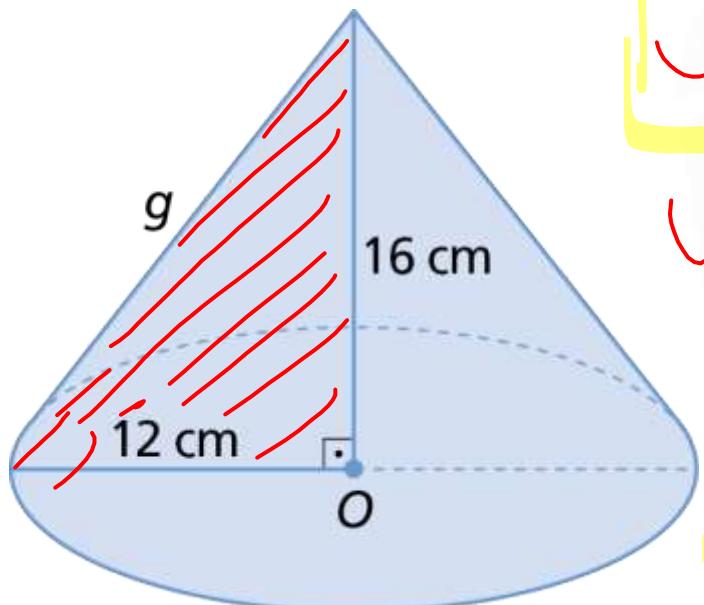
$$h^2 = 576$$

$$h = \sqrt{576}$$

$$h = 24\text{ cm}$$

EXERCÍCIO 5

Calcule a área lateral de um cone reto cuja altura é 16 cm e cujo raio da base mede 12 cm.



$$A_L = \pi \cdot R \cdot g$$

$$A_L = \pi \cdot 12 \cdot 20$$

$$A_L = 240\pi \text{ cm}^2$$



Pitágoras

$$g^2 = 12^2 + 16^2$$

$$g^2 = 144 + 256$$

$$g^2 = 400$$

$$g = \sqrt{400} \Rightarrow g = 20 \text{ cm}$$

**2^a
SÉRIE**

CANAL SEDUC-PI2



PROFESSOR (A):



DISCIPLINA:



CONTEÚDO:



TEMA GERADOR:



DATA:

**ALEXANDRO
KESLLER**

MATEMÁTICA

**GEOMETRIA ESPACIAL
II CONES-CILINDROS-
ESFERAS**

**ARTE
NA ESCOLA**

20.11.2019

ROTEIRO DE AULA

GEOMETRIA ESPACIAL II

➤ **Cilindro**

Cálculo da área e volume

➤ **Cone**

Cálculo da área e volume

➤ **Esfera**

Cálculo da área e volume

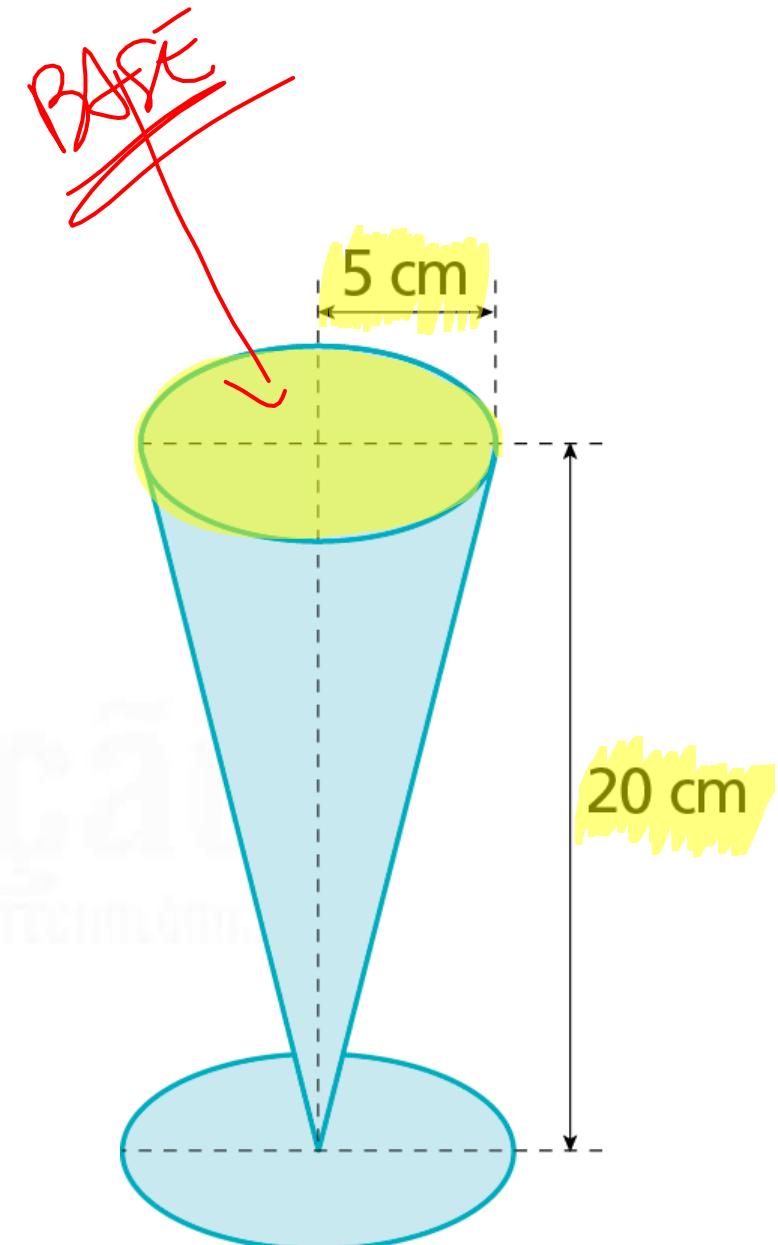
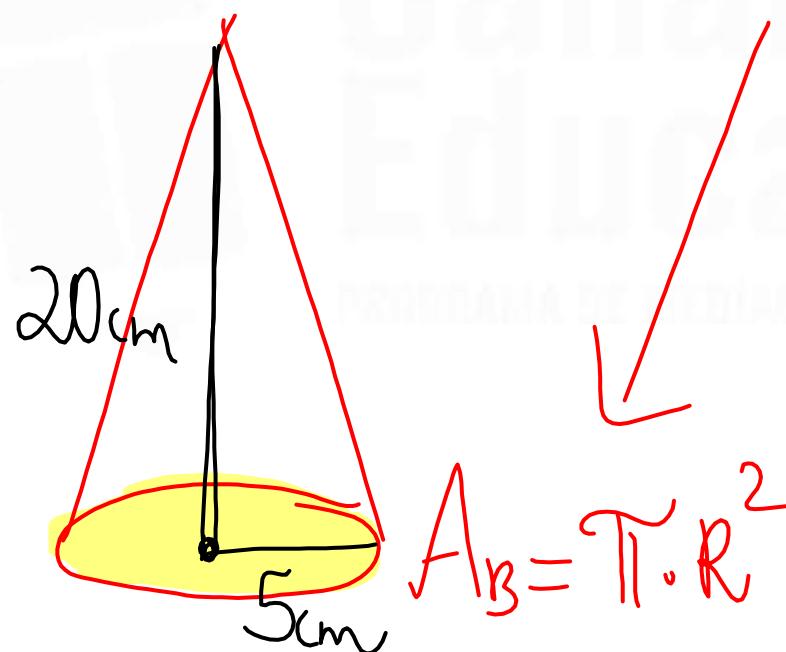
EXERCÍCIO 6

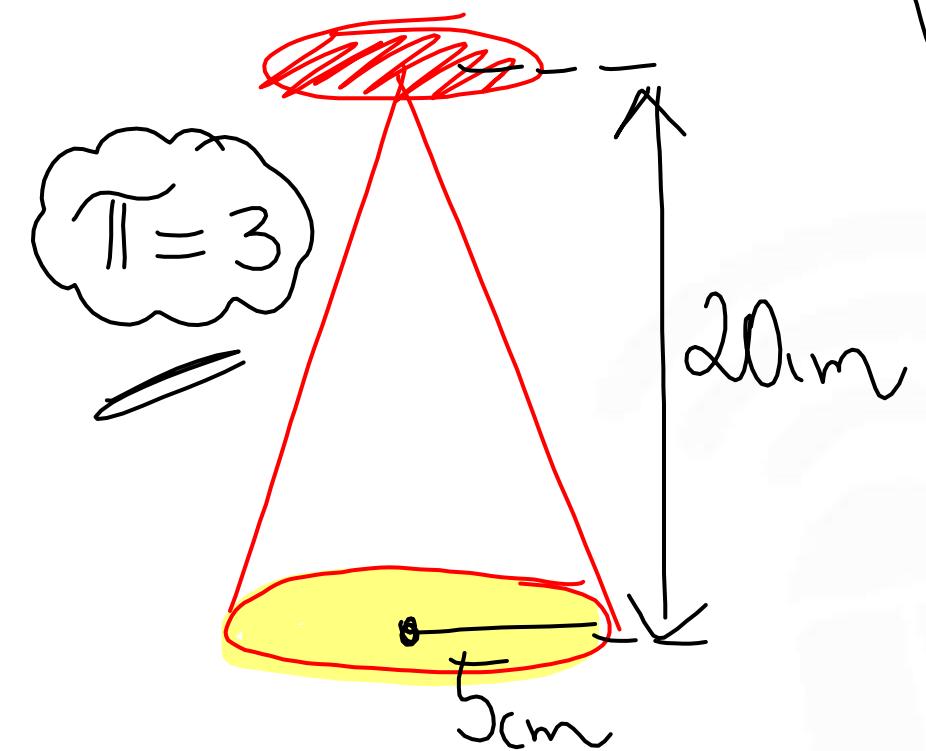
RÁPIDA CASA /

Observar a representação de uma taça e calcular a quantidade máxima de líquido, em litro, que ela pode comportar.

(adote $\pi = 3$)

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H$$





$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \cancel{75}^{\cancel{25}} \cdot 20$$

$$\boxed{V = 500 \text{ cm}^3}$$

CAPACIDADE
(litros)

$1 \text{ m}^3 \Rightarrow 1000 \text{ l}$

$1 \text{ cm}^3 \Rightarrow 1 \text{ ml}$

$$A_{\text{base}} = \pi \cdot R^2$$

$$A_B = \pi \cdot 5^2 \Rightarrow 3 \cdot 25 =$$

$$\boxed{75 \text{ cm}^2}$$

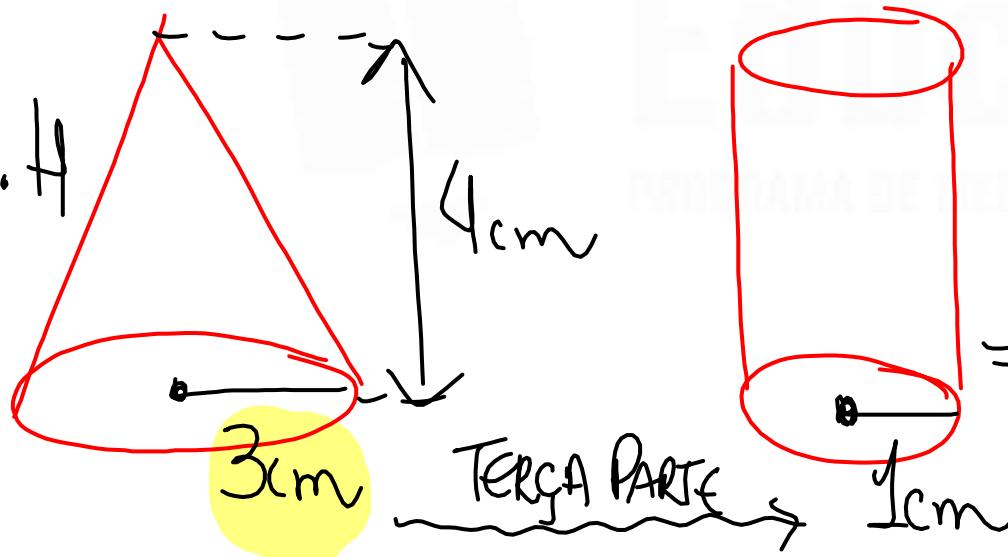
$500 \text{ ml} \Rightarrow \boxed{0,5 \text{ l}}$

EXERCÍCIO 7

Um cone circular reto possui raio da base e altura iguais a 3cm e 4cm, respectivamente. Determine o valor da a **área lateral**, em cm^2 , de um **cilindro** circular reto de **raio da base igual à terça parte** do raio da **base do cone** e que comporta o mesmo volume do cone.

(adote $\pi = 3$)

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H$$



$$V_{\text{cone}} = V_{\text{cilindro}}$$

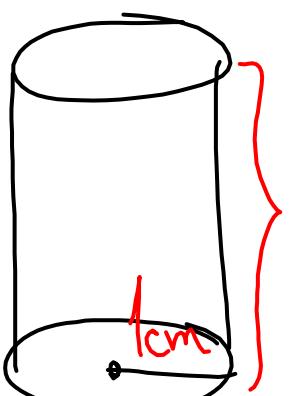
$$\Rightarrow A_{\text{LATERAL}} ?$$

$$A_B = \pi \cdot 3^2 \Rightarrow 3 \cdot 9 \Rightarrow 27 \text{ cm}^2$$

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 27 \cdot 4 = 36 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cilindro}} = 36 \text{ cm}^3$$



$$\begin{aligned} \pi \cdot R^2 \cdot H &= 36 \\ 3 \cdot 1^2 \cdot H &= 36 \\ 3H &= 36 \end{aligned} \quad \begin{aligned} H &= \frac{36}{3} \\ H &= 12 \text{ cm} \end{aligned}$$

V_{CONE} = V_{CILINDRO}

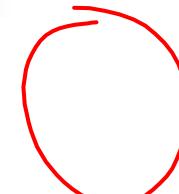
$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H$$

$$A_L = 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 12$$

$$A_L = 72 \text{ cm}^2$$

A
ÁREA LATERAL
 $2 \cdot \pi \cdot R$

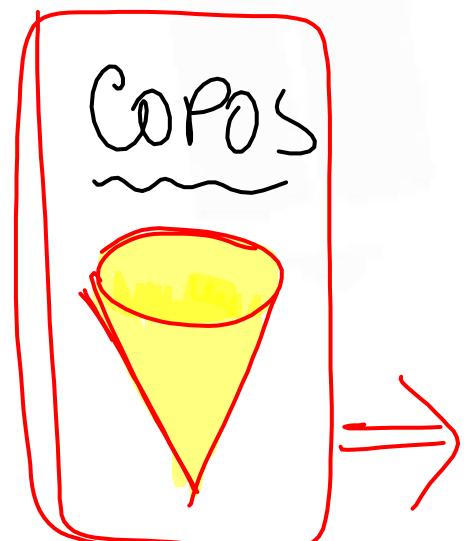
12 cm



EXERCÍCIO 8

Uma dona de casa está preparando a festa de aniversário de seu filho. Com semicírculos de raio 12cm vai confeccionar copos de papel em forma de cone. Para 30 destes copos, a quantidade de papel necessário será de aproximadamente: (adote $\pi = 3$)

- a) 7.530cm².
- b) 8.500 cm²
- c) 6.000 cm²
- d) 6.480 cm²
- e) 9.500 cm²



PAPEL
SEMICÍRCULO

$$A = \frac{\pi \cdot R^2}{2} \Rightarrow \frac{3 \cdot 12^2}{2} \Rightarrow \frac{3 \cdot 144}{2} = 216 \text{ cm}^2$$

$$30 \times 216 = \underline{\underline{6480 \text{ cm}^2}}$$



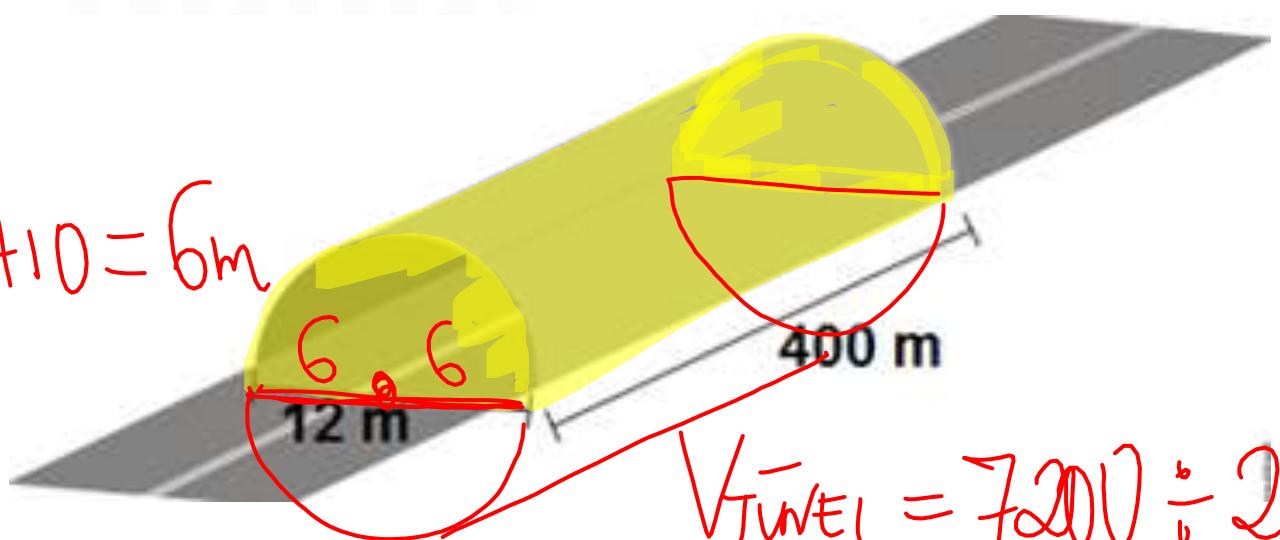
EXERCÍCIO 9

Uma alternativa encontrada para a melhoria da circulação em grandes cidades e em rodovias é a construção de túneis. A realização dessas obras envolve muita ciência e tecnologia. Um túnel em formato semicircular, destinado ao transporte rodoviário, tem as dimensões conforme a figura a seguir.

(adote $\pi = 3$)

$$V_{cilindro} = \pi \cdot R^2 \cdot H$$

$$V = 3 \cdot 6 \cdot 400 = \boxed{7200 \text{ m}^3}$$



$$V_{túnel} = 7200 \div 2$$

$$\underline{\underline{3600 \text{ m}^3}}$$

Qual é o volume, em m^3 no interior desse túnel?

ATIVIDADE DE CASA