

**1ª
SÉRIE**

CANAL SEDUC-PI1



PROFESSOR (A):

**ALEXSANDRO
KESLLER**



DISCIPLINA:

MATEMÁTICA



AULA Nº:

...



CONTEÚDO:

**PROGRESSÃO
ARITMÉTICA**



TEMA GERADOR:

...



DATA:

31/03/2020

ROTEIRO DE AULA

Progressão Aritmética (PA)

- ☐ ***Representação;***
- ☐ ***Definição;***
- ☐ ***Termo Geral;***
- ☐ ***Soma dos Termos;***
- ☐ ***Praticando Enem***

Canal
Educação
PROGRAMA DE MEDIAÇÃO TECNOLÓGICA

Progressão Aritmética – (PA)

Representação



Razão (R)

$$R = a_2 - a_1$$

$$R = a_3 - a_2$$

$$R = a_4 - a_3$$

.

.

.

Exemplo

1, 5, 9, 13, 17, ...

$$R = 5 - 1 = 4$$

$$R = 9 - 5 = 4$$

$$R = 13 - 9 = 4$$

Progressão Aritmética – (PA)

Definição: Toda sequência que varia pela adição de um valor fixo que recebe o nome de razão.

Exemplos:

$$\blacksquare (2, 5, 8, \boxed{11}, \dots) \quad \begin{cases} a_1 = 2 \\ R = 3 \end{cases}$$

$$\blacksquare (15, 11, 7, \boxed{3}, \dots) \quad \begin{cases} a_1 = 15 \\ R = -4 \end{cases}$$

$$\blacksquare (5, 5, 5, \boxed{5}, \dots) \quad \begin{cases} a_1 = 5 \\ R = 0 \end{cases}$$

$$\blacksquare (5, 5, 5, \dots)$$

Em Toda sequência
identifique o **primeiro**
termo e a **razão**

$R > 0$ (Crescente)

$R < 0$ (Decrescente)

$R = 0$ (Constante)

Progressão Aritmética – (PA)

Fórmula do Termo Geral

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot R$$

Achar qualquer termo da sequência

Descobrir o número de termos de uma sequência

Exemplo I

(2, 5, 8, 11, ...) PA → Qual o 20º termo da sequência?

▪ $a_1 = 2$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot R$$

$$a_{20} = 2 + 19 \cdot 3$$

▪ $R = 3$

$$a_{20} = 2 + (20 - 1) \cdot 3$$

$$a_{20} = 59$$

▪ $a_{20} = ?$

Progressão Aritmética – (PA)

Fórmula do Termo Geral

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot R$$

Achar qualquer termo da sequência

Descobrir o número de termos de uma sequência

Exemplo II

(2, 5, 8, 11, ..., 77) PA ➔ Quantos termos possui essa sequência?

▪ $a_1 = 2$

▪ $R = 3$

▪ $a_n = 77$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot R$$

$$77 = 2 + (n - 1) \cdot 3$$

$$(n - 1) \cdot 3 = 75$$

$$n - 1 = \frac{75}{3}$$

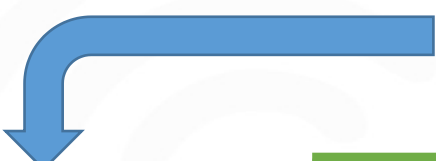
$$n - 1 = 25$$

$$n = 26 \text{ termos}$$

Progressão Aritmética – (PA)

Fórmula da soma dos “n” primeiros termos de uma PA

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot R$$


$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Para trabalhar com a soma utilizamos antes a fórmula do termo geral

Exemplo

(2, 5, 8, 11, . . .) PA

Qual a soma dos 20 primeiros termos dessa sequência ?

Progressão Aritmética – (PA)

Exemplo

(2, 5, 8, 11, . . .) PA

Qual a soma dos 20 primeiros termos dessa sequência ?

$$(2, 5, 8, 11, \dots, a_{20}) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_1 = 2 \\ R = 3 \\ a_{20} = ? \end{array} \right.$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}) \cdot 20}{2}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot R$$

$$a_{20} = 2 + (20 - 1) \cdot 3$$

$$a_{20} = 2 + 19 \cdot 3$$

$$a_{20} = 59$$

Progressão Aritmética – (PA)

(2, 5, 8, 11, . . .) PA

Qual a soma dos 20 primeiros termos dessa sequência ?

$$a_{20} = 59$$



$$S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}) \cdot 20}{2}$$

$$S_{20} = \frac{(2 + 59) \cdot 20}{2}$$

$$S_{20} = 61 \cdot 10$$

$$S_{20} = 610$$

PRATICANDO

(Enem) Nos últimos anos, a corrida de rua cresce no Brasil. Nunca se falou tanto no assunto como hoje, e a quantidade de adeptos aumenta progressivamente, afinal, correr traz inúmeros benefícios para a saúde física e mental, além de ser um esporte que não exige um alto investimento financeiro.

Acesso em: 28 abr. 2010.

Um corredor estipulou um plano de treinamento diário, correndo 3 quilômetros no primeiro dia e aumentando 500 metros por dia, a partir do segundo. Contudo, seu médico cardiologista autorizou essa atividade até que o corredor atingisse, no máximo, 10 km de corrida em um mesmo dia de treino.

PRATICANDO

Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,

- A) 12 dias.
- B) 13 dias.
- C) 14 dias.
- D) 15 dias.
- E) 16 dias.

SOLUÇÃO

As distâncias percorridas no plano de treino representam uma **PA**.

$(3 ; 3,5 ; 4 ; \dots ; 10)$ $a_n \rightarrow$ Último dia de treino: 10 km

- $a_1 = 3 \text{ km}$
- $R = 500 \text{ m} = 0,5 \text{ km}$
- $a_n = 10 \text{ km}$

$n = ? \rightarrow$ Representa o
número de dias de treino

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot R$$

$$10 = 3 + (n - 1) \cdot 0,5$$

$$(n - 1) \cdot 0,5 = 7$$

$$n - 1 = \frac{7}{0,5}$$

$$n - 1 = 14$$

$$n = 15 \text{ dias}$$

GABARITO: "D"

PRATICANDO

Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,

- A) 12 dias.
- B) 13 dias.
- C) 14 dias.
- D) 15 dias.**
- E) 16 dias.

PRATICANDO

(Enem) O trabalho em empresas de exige dos profissionais conhecimentos de diferentes áreas. Na semana passada, todos os funcionários de uma dessas empresas estavam envolvidos na tarefa de determinar a quantidade de estrelas que seriam utilizadas na confecção de um painel de Natal. Um dos funcionários apresentou um esboço das primeiras cinco linhas do painel, que terá, no total, 150 linhas.



Após avaliar o esboço, cada um dos funcionários esboçou sua resposta: Funcionário I: aproximadamente 200 estrelas. Funcionário II: aproximadamente 6.000 estrelas. Funcionário III: aproximadamente 12.000 estrelas. Funcionário IV: aproximadamente 22.500 estrelas. Funcionário V: aproximadamente 22.800

PRATICANDO

Qual funcionário apresentou um resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessária?

- A) I
- B) II
- C) III
- D) IV
- E) V

SOLUÇÃO



O número de estrelas em cada linha representam uma **PA**.

(1, 2, 3, 4, 5, . . . , a_{150})

▪ $a_1 = 1$

▪ $R = 1$

▪ $a_{150} = 150$

$$S_{150} = \frac{(a_1 + a_{150}) \cdot 150}{2}$$

$$S_{150} = 151 \cdot 75$$

$$S_{150} = \frac{(1 + 150) \cdot \cancel{150}}{\cancel{2}}$$

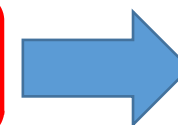
$$S_{150} = 11.325$$

SOLUÇÃO

Funcionário I: aproximadamente 200 estrelas.

Funcionário II: aproximadamente 6.000 estrelas.

Funcionário III: aproximadamente 12.000 estrelas.



$$S_{150} = 11.325$$

Funcionário IV: aproximadamente 22.500 estrelas.

Funcionário V: aproximadamente 22.800

GABARITO: “C”

PRATICANDO

Qual funcionário apresentou um resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessária?

- A) I
- B) II
- C) III**
- D) IV
- E) V

PRATICANDO

(Enem) As projeções para a produção de arroz no período de 2012 - 2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

PRATICANDO

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de

- A) 497,25.
- B) 500,85.
- C) 502,87.
- D) 558,75.
- E) 563,25.

SOLUÇÃO

As projeções para a produção de arroz no período de 2012 - 2021 formam uma **progressão aritmética (PA)**:

$(50,25 ; 51,50 ; 52,75 ; \dots, a_{10})$

2012

2021

$$\begin{cases} a_1 = 50,25 \\ R = 1,25 \\ a_{10} = ? \end{cases}$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot R$$

$$a_{10} = 50,25 + (10 - 1) \cdot 1,25$$

$$a_{10} = 50,25 + 9 \cdot 1,25$$

$$a_{10} = 61,5 t$$

SOLUÇÃO

Calculando a soma das produções de arroz no período de 2012 – 2021 (**10 anos**)

$$2012 : a_1 = 50,25 \text{ t}$$

$$2021 : a_{10} = 61,5 \text{ t}$$

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2}$$

$$S_{10} = \frac{(50,25 + 61,5) \cdot 10}{2}$$

$$S_{10} = 111,75 \cdot 5$$

$$S_{10} = 558,75 \text{ t}$$

GABARITO: “D”

PRATICANDO

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de

- A) 497,25.
- B) 500,85.
- C) 502,87.
- D) 558,75.**
- E) 563,25.

PRATICANDO

(Enem) Atualmente existem muitos aplicativos de fazendas virtuais que, apesar de críticas, possuem uma enorme quantidade de usuários. Embora apresentem algumas diferenças de funcionamento, as fazendas virtuais possuem a mesma concepção: cada vez que o usuário cuida de sua fazenda ou da de seus amigos, ganha pontos, e, quanto mais pontos acumula, maior é seu nível de experiência.

Em um aplicativo de fazenda virtual, o usuário precisa de 1.000 pontos para atingir o nível 1. Acumulando mais 1.200 pontos, atinge o nível 2; acumulando mais 1.400 pontos, atinge o nível 3 e assim por diante, sempre com esse padrão.

PRATICANDO

Um usuário que está no nível 15 de experiência acumulou

- A) 3 800 pontos.
- B) 15 200 pontos.
- C) 32 200 pontos.
- D) 35 000 pontos.
- E) 36 000 pontos.

SOLUÇÃO

As pontuações adquiridas em cada nível formam uma **progressão aritmética (PA)**:

a_1
(1.000 , 1.200 , 1.400 , , a_{15})

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 1.000 \text{ pontos} \\ R = 200 \\ a_{15} = ? \text{ (Nível 15)} \end{array} \right.$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot R$$

$$a_{15} = 1.000 + (15 - 1) \cdot 200$$

$$a_{15} = 1.000 + 14 \cdot 200$$

$$a_{15} = 3.800 \text{ pontos}$$

SOLUÇÃO

(1.000, 1.200, 1.400, . . . , a_{15}) PA

Para chegar ao nível 15 o usuário acumulou a soma desses pontos

$$a_{15} = 3.800 \text{ pontos}$$



$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2}$$

$$S_{15} = \frac{(1.000 + 3.800) \cdot 15}{2}$$

$$S_{15} = \frac{\cancel{4.800} \cdot 15}{\cancel{2}}$$

GABARITO: "E"

$$S_{15} = 2.400 \cdot 15$$

$$S_{15} = 36.000 \text{ pontos}$$

PRATICANDO

Um usuário que está no nível 15 de experiência acumulou

- A) 3 800 pontos.
- B) 15 200 pontos.
- C) 32 200 pontos.
- D) 35 000 pontos.
- E) 36 000 pontos.**