2ª SÉRIE

CANAL SEDUC-PI2

PROFESSOR (A):	DISCIPLINA:	AULA Nº:	CONTEÚDO:	TEMA GERADOR:	DATA:
RAPHAELL MARQUES	MATEMÁTICA	01	REGRAS E TEOREMAS DE DETERMINANTES		09/06/2020

Canal Educação
PROGRAMA DE MEDIAÇÃO TECNOLÓGICA

NA AULA ANTERIOR

REGRA DE SARRUS

PROPRIEDADES DE DETERMINANTES

ROTEIRO DE AULA

REGRAS E TEOREMAS DE DETERMINANTES

Casos em que um determinante é igual a ZERO:

Ex: 1) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & -9 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$

2) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & 8 \\ 5 & 0 & 16 \end{vmatrix} = 0$

Quando todos os elementos de uma fila são nulos

Casos em que um determinante é igual a ZERO:

$$3)\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 9 & 0 \\ 8 & -1 & 3 & \sqrt{2} \\ 1 & 2 & 9 & 0 \\ \pi & 8 & -1 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

$L_1 = L_3$

$$4)\ \begin{vmatrix} 3 & 9 & 6 \\ -1 & 0 & -2 \\ 4 & 8 & 8 \end{vmatrix} = 0$$

$2.C_1 = C_3$

Quando possui duas filas paralelas iguais ou proporcionais

Casos em que um determinante é igual a ZERO:

5) $\begin{vmatrix} 1 & 6 & 9 \\ 3 & 5 & 0 \\ 4 & 11 & 9 \end{vmatrix} = 0$

$L_1 + L_2 = L_3$

6) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 \\ 3 & 1 & 7 & 9 \\ 0 & 7 & 7 & 8 \\ -7 & 5 & -9 & 0 \end{vmatrix} = 0$

$2.C_1 + C_2 = C_3$

Quando uma das filas é a combinação linear de outras filas paralelas.

Propriedades de Determinante.

Ex: 1) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} = 18 - 12 = 6$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = 18 - 12 = 6$

2) Se $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ r & s & t \end{vmatrix} = 10,$ então $\begin{vmatrix} a & x & r \\ b & y & s \\ c & z & t \end{vmatrix} = 10$

det(A)=det(A^t)

Propriedades de Determinante.

Ex:

1) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} = 18 - 15 = 3$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 9 & 3 \end{vmatrix} = 15 - 18 = -3$

2) Se $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ r & s & t \end{vmatrix} = 5,$ então $\begin{vmatrix} r & s & t \\ x & y & z \\ a & b & c \end{vmatrix} = -5$

Quando trocamos a posição de duas filas paralelas, o determinante troca de sinal

Propriedades de Determinante.

Ex: 1) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} = 6$ $\qquad$ $\begin{vmatrix} 5.2 & 3 \\ 5.4 & 9 \end{vmatrix} = 5.6 = 30$

2) Se $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ r & s & t \end{vmatrix} = 10,$ então $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 7.x & 7.y & 7.z \\ r & s & t \end{vmatrix} = 7.10 = 70$

Se uma fila for multiplicada por um nº, então o determinante também fica multiplicado por esse nº

LEMBRANDO

Considerando a matriz quadrada A abaixo, e det(A) seu determinante, calcule o valor de 5.det(A).

$$= \begin{pmatrix} 7 & -13 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

LEMBRANDO

$$=\begin{pmatrix} 7 & -13 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$det\left(\quad\right)=\begin{pmatrix} 7 & -13 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$det\left(\quad\right)=7.4$$

$$det\left(\quad\right)=7.4-\left(-13\right).2$$

LEMBRANDO

$$= \begin{pmatrix} 7 & -13 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$det\left(\quad\right) = \begin{pmatrix} 7 & -13 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$det\left(\quad\right) = 7.4$$

$$det\left(\quad\right) = 7.4 - \left(-13\right).2$$

TEOREMA DE LAPLACE

O **Teorema de Laplace** é um método para calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem *n*. Normalmente, é utilizado quando as matrizes são de ordem igual ou superior a 4.

Esse método foi desenvolvido pelo matemático e físico Pierre-Simon Laplace (1749-1827).

TEOREMA DE LAPLACE

Como Calcular?

O teorema de Laplace pode ser aplicado a qualquer matriz quadrada. Entretanto, para as matrizes de ordem 2 e 3 é mais fácil utilizar outros métodos.

Para calcular os determinantes, devemos seguir os seguintes passos:

Selecionar uma fila (linha ou coluna), dando preferência a fila que contenha a maior quantidade de elementos igual a zero, pois torna os cálculos mais simples;

Somar os produtos dos números da fila selecionada pelos seus respectivos cofatores.

TEOREMA DE LAPLACE

Cofator

O cofator de uma matriz de ordem $n \geq 2$ é definido como:

$A_{ij} = (-1)^{i+j} . D_{ij}$

Onde

A_{ij}: cofator de um elemento a_{ij}

i: linha onde se encontra o elemento

j: coluna onde se encontra o elemento

D_{ij}: é o determinante da matriz resultante da eliminação da linha i e da coluna j.

Vamos calcular o determinante da matriz abaixo.

$$= \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & -4 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o determinante da matriz abaixo.

$$= \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & -4 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix} \qquad det(\quad) = (-2).\quad {}_{11} + 0.\quad {}_{21} + 3.\quad {}_{31} + 1.\quad {}_{41}$$

Precisamos encontrar os cofatores.
Esses cofatores são $A_{ij} = (-1)^{i+j}. D_{ij}$
Onde D_{ij} é o determinantes da nova matriz eliminado a respectiva linha e coluna identificada no cofator.

TEOREMA DE LAPLACE

Como Calcular?

O teorema de Laplace pode ser aplicado a qualquer matriz quadrada. Entretanto, para as matrizes de ordem 2 e 3 é mais fácil utilizar outros métodos.

Para calcular os determinantes, devemos seguir os seguintes passos:

Selecionar uma fila (linha ou coluna), dando preferência a fila que contenha a maior quantidade de elementos igual a zero, pois torna os cálculos mais simples;

Somar os produtos dos números da fila selecionada pelos seus respectivos cofatores.

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$det(\quad) = (-2).\quad_{11} + 0.\quad_{21} + 3.\quad_{31} + 1.\quad_{41}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & & & \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & -4 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o

= Elimine a primeira linha e primeira coluna da matriz L

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$det(\quad) = (-2)._{11} + 0._{21} + 3._{31} + 1._{41}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & & & \\ & -1 & 2 & 1 \\ & -4 & 5 & 1 \\ & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o cofator

= Elimine a primeira linha e primeira coluna da matriz L

$$_{11} = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Vamos calcular o det .

$$_{11}=\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Vamos calcular o det .

$$_{11}=\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix} \qquad _{11}=\left|\begin{matrix} -1 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{matrix}\right|\begin{matrix} -1 & 2 \\ -4 & 5 \\ 0 & -2 \end{matrix}$$

$$det\left(\quad _{11}\right)=(-1).5.(-1)+2.1.0+1.(-4).(-2)$$

$$-[1.5.0+(-1).1.(-2)+2.(-4).(-1)]$$

$$det\left(\quad_{11}\right)=(-1).5.(-1)+2.1.0+1.(-4).(-2)-[1.5.0+(-1).1.(-2)+2.(-4).(-1)]$$

LOST


ATENÇÃO

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$det\left(\quad\right)=(-2).\quad_{11}+0.\quad_{21}+3.\quad_{31}+1.\quad_{41}$$

$$=\begin{pmatrix} -2 & & & \\ & -1 & 2 & 1 \\ & -4 & 5 & 1 \\ & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o cofator

= Elimine a primeira linha e primeira coluna da matriz L

$$_{11}=\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Vamos calcular o det .

=

=

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$det\left(\quad \right) = (-2).3 + 0. \quad {}_{21} + 3. \quad {}_{31} + 1. \quad {}_{41}$$

$$= \begin{pmatrix} - & 3 & 1 & 7 \\ 0 & & & \\ & -4 & 5 & 1 \\ & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o cofator

= Elimine a segunda linha e primeira coluna da matriz L

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$det(\quad)=(-2).3+0.\quad_{21}+3.\quad_{31}+1.\quad_{41}$$

$$=\begin{pmatrix} - & 3 & 1 & 7 \\ 0 & & & \\ & -4 & 5 & 1 \\ & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o cofator

= Elimine a segunda linha e primeira coluna da matriz L

$$_{21}=\begin{vmatrix} 3 & 1 & 7 \\ -4 & 5 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Vamos calcular o det .

EI!

SE PERDE NÃO.
ATENÇÃO!

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$det(\quad)=(-2).3+0.\quad_{21}+3.\quad_{31}+1.\quad_{41}$$

$$=\begin{pmatrix} - & 3 & 1 & 7 \\ 0 & & & \\ & -4 & 5 & 1 \\ & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o cofator

= Elimine a segunda linha e primeira coluna da matriz L

Vamos calcular o det.

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$det\left(\quad\right)=\left(-2\right).3+0.\quad{}_{21}+3.\quad{}_{31}+1.\quad{}_{41}$$

$$=\begin{pmatrix} - & 3 & 1 & 7 \\ 0 & & & \\ & -4 & 5 & 1 \\ & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o cofator

= Elimine a segunda linha e primeira coluna da matriz L

$${}_{21}=\begin{vmatrix} 3 & 1 & 7 \\ -4 & 5 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Vamos calcular o det.

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$det(\quad) = (-2).3 + 0.\ {}_{21} + 3.\ {}_{31} + 1.\ {}_{41}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & & & \\ & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o cofator

= Elimine a terceira linha e primeira coluna da matriz L

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$det(\quad) = (-2).3 + 0.\quad_{21} + 3.\quad_{31} + 1.\quad_{41}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & & & \\ & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o cofator

= Elimine a terceira linha e primeira coluna da matriz L

$$_{31} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 7 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Vamos calcular o det.

$$_{31}=\begin{vmatrix} 3 & 1 & 7 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Vamos calcular o det .

$$_{31}=\left|\begin{array}{ccc|cc} 3 & 1 & 7 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & 0 & -2 \end{array}\right.$$

$$-[7.2.0+3.1.(-2)+1.(-1).(-1)]$$

$$det\left(\quad {}_{31}\right)=3.2.(-1)+1.1.0+7.(-1).(-2)-[7.2.0+3.1.(-2)+1.(-1).(-1)]$$


ATENÇÃO

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$det(\quad) = (-2).3 + 0.\quad_{21} + 3.\quad_{31} + 1.\quad_{41}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & & & \\ & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o cofator

= Elimine a terceira linha e primeira coluna da matriz L

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$det(\quad)=(-2).3+0.\quad_{21}+3.\quad_{31}+1.\quad_{41}$$

$$=\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & & & \\ & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o cofator

= Elimine a terceira linha e primeira coluna da matriz L

$$_{31}=\begin{vmatrix} 3 & 1 & 7 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Vamos calcular o det.

$$(\quad_{31})=13$$

=

=

=

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$0$$

$$det(\quad) = (-2).3 + 0.\quad_{21} + 3.13 + 1.\quad_{41}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 7 \\ & -1 & 2 & 1 \\ & -4 & 5 & 1 \\ 1 & & & 1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o cofator

= Elimine a quarta linha e primeira coluna da matriz L

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$0$$

$$det(\quad) = (-2).3 + 0.\quad{}_{21} + 3.13 + 1.\quad{}_{41}$$

$$= \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 7 \\ & -1 & 2 & 1 \\ & -4 & 5 & 1 \\ 1 & & & 1 \end{pmatrix}$$

Vamos calcular o cofator

= Elimine a quarta linha e primeira coluna da matriz L

$${}_{41} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 7 \\ -1 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

Vamos calcular o det .

$$_{41}=\begin{vmatrix} 3 & 1 & 7 \\ -1 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

Vamos calcular o det .

$$_{41}=\left|\begin{array}{ccc|cc} 3 & 1 & 7 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ -4 & 5 & 1 & -4 & 5 \end{array}\right.$$

$$det\left(\quad_{41}\right)=3.2.1+1.1.(-4)+7.(-1).5$$

$$-\left[7.2.(-4)+3.1.5+1.(-1).1\right]$$

$$det(\;\;_{41}) = 3.2.1 + 1.1.(-4) + 7.(-1).5 - [7.2.(-4) + 3.1.5 + 1.(-1).1]$$

ACABOU!!!


ATENÇÃO

ATENÇÃO PARA OS COFATORES

$$0$$

$$det(\quad)=(-2).3+0.\quad_{21}+3.13+1.\quad_{41}$$

$$=\begin{pmatrix} & 3 & 1 & 7\\ & -1 & 2 & 1\\ & -4 & 5 & 1\\ 1 & & & 1\end{pmatrix}$$

$$_{41}=\begin{vmatrix}3 & 1 & 7\\ -1 & 2 & 1\\ -4 & 2 & 1\end{vmatrix}$$

Vamos calcular o cofator

= Elimine a quarta linha e primeira coluna da matriz L

Vamos calcular o det .

$$det(\quad_{41})=9$$

=

=

$$det\left(\qquad\right)=\left(-2\right).3+0.\qquad {}_{21}+3.13+1.\left(-9\right)$$

$$det\left(\quad\right) = \left(-2\right).3 + 0.\quad {}_{21} + 3.13 + 1.\left(-9\right)$$

ATIVIDADE

QUESTÃO 01

Calcule o determinante da matriz abaixo.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ 7 & 0 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

ATIVIDADE PARA CASA

NA PRÓXIMA AULA